

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

С.В. ГУЛІЄНКО  
Я.М. КОРНІЄНКО

РЕГЕНЕРАЦІЯ РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ СИСТЕМ  
ПІДГОТОВКИ ВОДИ

МОНОГРАФІЯ

Київ 2017

Регенерація рулонованих мембранних модулів систем підготовки води [Електронний ресурс]: моногр./ С.В. Гулієнко, Я.М. Корнієнко. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017 – 207 с.

*Гриф надано Вченою Радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(Протокол № 1 від 12 січня 2018 р.)*

Відповідальний редактор: Степанюк Андрій Романович, доц., к.т.н.

Рецензенти:

Кучерук Дмитро Дмитрович, старший науковий співробітник, д.х.н.

Корінчук Дмитро Миколайович, старший науковий співробітник, к.т.н.

Гулієнко Сергій Валерійович

Корнієнко Ярослав Микитович

РЕГЕНЕРАЦІЯ РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ СИСТЕМ  
ПІДГОТОВКИ ВОДИ

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	6
ВСТУП	8
1. ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ РОЗРОБКИ ЕФЕКТИВНИХ МЕТОДІВ РЕГЕНЕРАЦІЇ РУЛОННИХ МОДУЛІВ	10
1.1 Водні ресурси в контексті сталого розвитку	10
1.2 Існуючі методи підготовки питної і технічної води та очищення стічних вод	13
1.3 Баромембранні методи очищення води	15
1.3.1 Область застосування баромембранних процесів	15
1.3.2 Типи мембран та область їх застосування. Конструктивне оформлення баромембранних процесів	16
1.3.3 Вплив базових технологічних та конструктивних факторів на ефективність баромембранних процесів	19
1.3.4 Забруднення поверхні мембран	24
1.3.5 Методи зниження впливу концентраційної поляризації	27
1.3.6 Методи регенерації забруднених модулів	31
1.4 Масообмін в системі рідина – тверде тіло	36
Висновки до розділу	41
2. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСООБМІНУ ПРИ ВИДАЛЕННІ ОСАДІВ З РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ	42
2.1 Обґрунтування базових принципів фізичної моделі роботи зворотноосмотичних та нанофільтраційних модулів	42
2.2. Фізична модель процесу регенерації забруднених рулонованих модулів	46
2.3 Математична модель процесу видалення осаду, утвореного внаслідок концентраційної поляризації	53
2.3.1 Оцінка ефективності процесу регенерації	53

2.3.2 Математична модель процесу видалення осаду	56
2.3.3 Математична модель масообміну при русі рідини в каналах рулонованого мембранного модуля у випадку вилучення осаду	59
2.3.4 Визначення коефіцієнтів перенесення маси	62
Висновки до розділу	68
3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ МАСООБМІНУ ПРИ ВИДАЛЕННІ ОСАДУ З РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ	69
3.1 Обґрунтування методики експериментальних досліджень	69
3.1.1 Обґрунтування вимірювання фізичних величин	71
3.2 Опис експериментальної установки	76
3.3 Результати експериментальних досліджень	79
3.4 Алгоритм визначення часу видалення осаду	86
3.5 Визначення параметрів ефективного процесу регенерації рулонованих мембранних модулів	88
Висновки до розділу	94
4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСУ РЕГЕНЕРАЦІЇ	95
4.1 Обґрунтування методики проведення експериментальних досліджень	95
4.2 Експериментальна перевірка адекватності фізичної моделі	99
4.2.1 Визначення функціональних властивостей мембран після регенерації при розділенні водопровідної води	99
4.2.2 Експериментальне підтвердження робочої гіпотези	105
4.3 Перевірка адекватності математичної моделі	109
4.4 Інтенсифікація процесу регенерації	111
4.5 Вплив базових факторів на ефективність процесу регенерації	114
Висновки до розділу	122

5.ОБГРУНТУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ	123
5.1 Технічні пропозиції	123
5.2 Алгоритм розрахунку часу вилучення осаду	131
Висновки до розділу	136
ВИСНОВКИ	137
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	138
Додаток А. Розрахунок похибок вимірювань	157
Додаток Б. Результати експериментальних досліджень масообміну в каналах рулонованого мембранного модуля	175
Додаток В. Програма розрахунку параметрів процесу регенерації за запропонованою математичною моделлю	186
Додаток Г. Результати експериментальних досліджень ефективності процесу регенерації	190
Додаток Д. Перевірка адекватності математичної моделі	198
Додаток Е. Обробка результатів досліджень за методом планування експерименту	200

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

Умовні позначення:

$C$  – концентрація, кг/м<sup>3</sup>;

$C_f$  – концентрація розчинених речовин в розділюваному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_p$  – концентрація розчинених речовин в пермеаті, кг/м<sup>3</sup>;

$C^p$  – рівноважна концентрація розчинених речовин в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_0$  – початкова концентрація розчинених речовин в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_1$  – середня концентрація розчинених речовин в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$d_e$  – еквівалентний діаметр, м;

$D$  – коефіцієнт дифузії, м<sup>2</sup>/с;

$F$  – площа поверхні мембрани, м<sup>2</sup>;

$J$  – потік речовини через мембрану, м<sup>3</sup>/(м<sup>2</sup>·с);

$J_0$  – потік речовини через мембрану чистого модуля, м<sup>3</sup>/(м<sup>2</sup>·с);

$J_f$  – потік речовини через мембрану забрудненого модуля, м<sup>3</sup>/(м<sup>2</sup>·с);

$J_p$  – потік речовини через мембрану модуля, після регенерації м<sup>3</sup>/(м<sup>2</sup>·с);

$K$  – коефіцієнт розчинення, м/с;

$L$  – довжина мембранного модуля, м;

$M$  – маса розчиненого осаду, кг;

$M_{\Pi}$  – початкова маса осаду, кг;

$p$  – тиск, МПа

$R$  – коефіцієнт розділення;

$R_c$  – опір шару забруднень, м<sup>-1</sup>;

$R_{cp}$  – опір шару зконцентраційної поляризації, м<sup>-1</sup>

$R_m$  – опір мембрани, м<sup>-1</sup>;

$R_T$  – загальний опір перенесенню речовини через мембрану, м<sup>-1</sup>;

$S$  – площа поперечного перерізу каналу рулонованого мембранного модуля,  $\text{м}^2$ ;

$t$  – температура,  $^{\circ}\text{C}$ ;

$V$  – об'єм промивного розчину,  $\text{м}^3$ ;

$V_C$  – об'ємна витрата промивного розчину,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$W$  – швидкість руху рідини в каналах мембранного модуля,  $\text{м}/\text{с}$ ;

$y$  – коефіцієнт регенерації.

Грецькі символи:

$\alpha$  – питомий опір шару забруднень,  $\text{м}^{-2}$ ;

$\delta$  – товщина шару забруднень,  $\text{м}$ ;

$\Delta$  – перепад, різниця;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;

$\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;

$\pi$  – осмотичний тиск,  $\text{МПа}$ ;

$\tau$  – тривалість регенерації,  $\text{с}$ .

Критерії (числа) подібності:

$Eu$  – критерій Ейлера;

$Pe$  – критерій Пекле;

$Re$  – критерій Рейнольдса;

$Sc$  – критерій Шмідта;

$Sh$  – критерій Шервуда.

## ВСТУП

В умовах погіршення стану водних ресурсів через антропогенний та техногенний тиск проблема забезпечення питною водою стає все гострішою і за прогнозами зростатиме. Не менш проблематичним є забезпечення водою задовільної якості для технологічних потреб. Вирішення цієї проблеми неможливе без використання високоефективних технологій підготовки води.

Одним з найбільш ефективних процесів підготовки є баромембранні процеси, в першу чергу зворотній осмос та нанофільтрація, які набули широкого поширення для підготовки води для побутових та технологічних потреб з використанням в якості сировини морської води, поверхневих солонуватих вод, підземних вод тощо. Таке поширення обумовлене високою енергетичною ефективністю, високою якістю отримуваної води, простотою конструктивного оформлення та експлуатації.

Однак при застосуванні баромембранних технологій підготовки питної та технологічної води виникають суттєві проблеми з регенерацією мембран. Утворений осад внаслідок концентраційної поляризації при робочих тисках більше 0,6 МПа має щільну структуру з мікрокристалів мінеральних речовин, на поверхні яких утворюється плівка з гумінових та інших органічних речовин. В цьому випадку швидкість масообміну при розчиненні осаду визначається молекулярною дифузією перенесення речовини від твердого тіла до рідкого середовища, а також доступною поверхнею масообміну. Особливо гостро ця проблема стоїть при регенерації рулонованих мембранних модулів для зворотного осмосу та нанофільтрації, в яких робоча висота напірного каналу менша 1 мм.

На практиці застосовується очищення мембран при втраті їх продуктивності на 10–15%. Вказані конструктивні особливості мембранного модуля зумовлюють рух промивного розчину тільки в ламінарному режимі навіть при робочих тисках 0,4 МПа. Тому очищення мембран проводиться із застосуванням високоактивних хімічних розчинників протягом тривалого



часу, що має негативний вплив на пористу структуру мембрани і погіршує її роздільні та фізико-механічні властивості. Окрім того, виникає проблема з утилізацією утворених промивних розчинів.

Тому розробка ефективного екологічно безпечного способу видалення осаду з рулонованих мембранних модулів без втрат функціональних та фізико-механічних властивостей є актуальною.

# 1. ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ РОЗРОБКИ ЕФЕКТИВНИХ МЕТОДІВ РЕГЕНЕРАЦІЇ РУЛОННИХ МОДУЛІВ

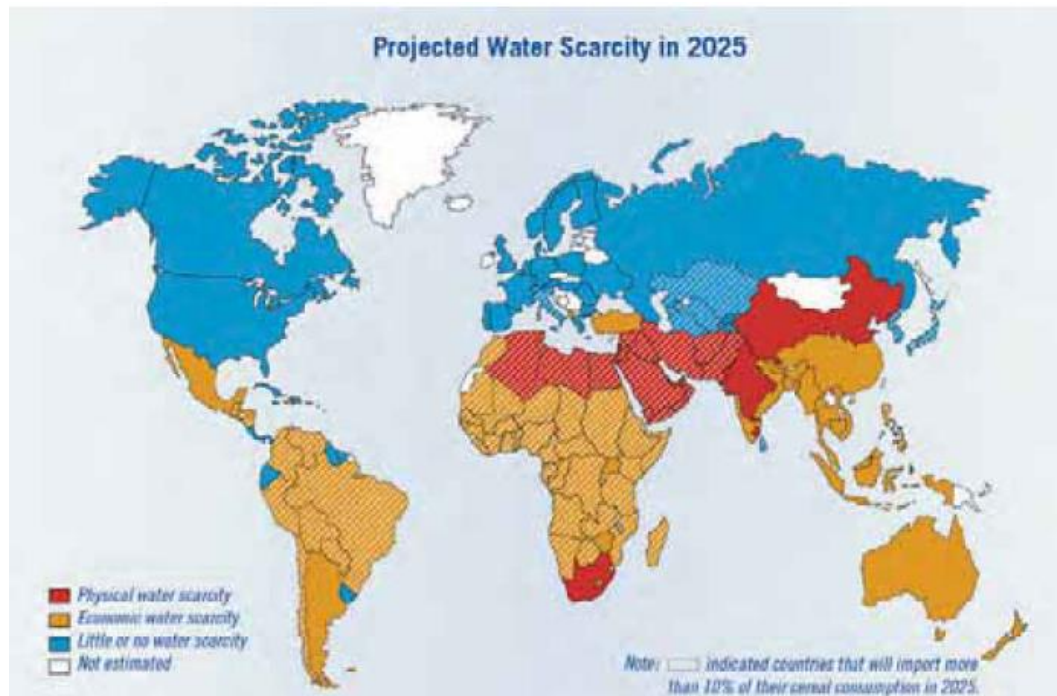
## 1.1 Водні ресурси в контексті сталого розвитку

Вода відіграє вирішальну роль в багатьох процесах, що протікають в природі, забезпеченні життєдіяльності людини, сільському господарстві та промисловості .

В контексті сталого розвитку, достатня кількість питної води та адекватна санітарія є важливими умовами виконання Цілей тисячоліття, відповідно до прогам ООН та Всесвітньої організації охорони здоров'я (ВООЗ) [1]. Основною перешкодою на шляху розвитку таких програм є обмеженість запасів природних вод. Так, загальна кількість природної води на землі становить 1386 млн. км<sup>3</sup>. Понад 97,5 відсотків припадає на солоні води. Кількість прісної води - 35 млн. км<sup>3</sup>. Крім того, значна частина прісної води є важкодоступною, оскільки вона в основному знаходиться в полярних льодовиках і водоносних шарах під землею [2]. Крім того, дія антропогенних та техногенних факторів, а також кліматичних змін, викликає різке погіршення стану водних ресурсів погіршується [3]. В таких умовах понад 1,2 мільярдів людей не мають достатнього доступу до безпечної питної води, а 2,6 мільярдів мають обмежений доступ [2]. Очікується, що проблема буде зростати. Зокрема, згідно прогнозів, наведених в роботі [2] в 2025 році кількість людей, що страждають від нестачі питної води зросте в 4-7 разів (рисунок 1.1). Також прогнозується загострення нестачі води на території Центральної та Східної Європи і Центральної Азії. До 2080 року кількість населення, що страждає від дефіциту прісної води в цих регіонах, зросте на 16-44 мільйонів чоловік. Зниження водостоків в літній період загрожує досягти 80%, що призведе до нестачі прісної води і збільшенні її забруднення [3].

Актуальність проблем водних ресурсів підтверджується рівнем уваги до неї з боку провідних міжнародних організації [1, 3–5]. Крім того, поглибленню

проблеми сприяє зростання населення світу, яке на 1994 рік, становило 5,7 мільярдів, в 2014 – 7 мільярдів, і очікується, що в 2050 році становитиме 9 мільярдів [6, 7].



**Рисунок 1.1 – Прогноз проблем з забезпеченням питною водою на 2025 рік [2]**

Внаслідок антропогенного впливу природна вода забруднюється різними речовинами, що призводить до погіршення її якості. Зокрема використання та отримання в різноманітних технологічних процесах різних хімічних продуктів обумовлює утворення стічних вод, забруднених різноманітними органічними та неорганічними сполуками [8]. Стічні води – це надзвичайно складні багатокомпонентні розчини, що містять розчинні та нерозчинні речовини, які можуть бути агресивними токсичними, пожежо- та вибухонебезпечними. Наявність в стічних водах зважених, здатних до полімеризації та накопуютврення речовин може призвести до забруднення трубопроводів і колекторів, а поверхнево-активних речовин – до інтенсивного піноутворення.

Кількісний склад стічних вод деяких виробництв [8] наведений в таблиці 1.1.

**Таблиця 1.1 – Кількісна та якісна оцінка стічних вод окремих виробництв [8].**

Виробництво	Кількість стічних вод на тону продукції, м <sup>3</sup>	Забруднюючі речовини	Концентрація кг/м <sup>3</sup>
Аміаку після мідно-аміачної очистки  з газовим конденсатом	0,17  1,17	Аміак Мідь Бікарбонат натрію Метанол та формальдегід Діоксид вуглецю	0,5 1,0 до 1,0 0,10 0,16
Азотної кислоти (після продувки котлів-утилізаторів)	0,06	Сульфат кальцію	3,0
Аміачної селітри (після іонного знесолення води)	0,08	Хлорид кальцію Хлорид магнію Хлорид натрію	2,62 1,56 5,46
Карбаміду (з конденсатом сокової пари)	0,45	Аміак Карбомід	1,0 2,0
Метанолу (кубовий залишок після установки ректифікації)	1,0	Метанол	2,0
Кальцинованої соди	8-10	Зважені речовини Хлорид кальцію Сульфат кальцію Хлорид натрію	20-24 120-180 0,70-0,80 50-60
Подвійного суперфосфату після упарювання фосфорної кислоти  після грануляції	0,06-0,08  0,08-0,12	Кремнійфторводнева кислота Фосфорна кислота Сульфат кальцію, Зважені частинки Фосфорна кислота Кремнійфторводнева кислота	0,10  0,5-0,6 60-70 35-40 3-4 0,1-0,2
Нітроамофоски (після отримання сплава аміачної селітри)	16-18	Зважені частинки Вміст солей	0,1-0,2 0,6
Соляної кислоти	12-13	Соляна кислота	до 0,01
Нітробензолу	50-60	Сірчана та азотна кислоти, нітробензол	1,0-2,0
Адипінової кислоти	8,0	Нітрат натрію Оксалат натрію	5,0 1,5

На сьогодні в промисловості використовуються різноманітні ефективні методи очистки стічних вод. Однак слід мати на увазі, що очистка стічних вод не усуває забруднення водойм, оскільки при скиданні навіть очищених вод вимагається багатократно розбавляти свіжою водою. Інакше, водойми будуть

заповнюватися водами, збідненими киснем і непридатними для життя риб. Необхідна кратність розбавлення стічних вод становить для нафтопереробної промисловості до 60 раз, целюлозно-паперової – 20-40, для виробництва синтетичних волокон – 10-15, синтетичного каучуку до 2000, для мінеральних добрив та азотної промисловості – 10 раз [8].

Зважаючи на вищезазначене, ефективні технології підготовки води як при обробці природних вод, так і знешкодженні промислових та побутових стоків є необхідними для забезпечення сталого розвитку суспільства.

## **1.2 Існуючі методи підготовки питної і технічної води та очищення стічних вод**

Підготовка питної води та очищення стічних вод може бути здійснена механічними, фізико-хімічними, біохімічними та термічними методами. Вибір схеми очистки стічних вод залежить від багатьох факторів. Вона повинна забезпечити мінімальний викид стічних вод в водойми, максимальне використання очищених стічних вод в технологічних процесах и схемах оборотного водопостачання, більш повного виділення цінних домішок [9].

У всіх випадках вибір технології підготовки води проводиться на основі співставлення кості початкової води, вимог до ступеня її очищення і потенційних можливостей технологічних об'єктів, що включені до технологічної схеми [10]. Рекомендації щодо вибору процесів для вилучення з води окремих видів домішок наведені в таблиці 1.2 [10].

З 70-80-х років XX сторіччя надзвичайно шитрокого поширення серед підготовки води набувають мембранні процеси. Зворотній осмос, нанофільтрація, ультрафільтрація, мікрофільтрація використовуються як для підготовки питної води, так і системах очищення стічних вод. Процес електродіалізу використовується для очищення висококонцентрованих розчинів електролітів, а мембранна дистиляція використовується для отримання високочистої води [11].

**Таблиця 1.2 – Водоочисні процеси для вилучення різних груп домішок [10]**

Суспензії, емульсії, мікроорганізми, планктон	Колоїди, високомолекулярні сполуки, віруси	Молекулярні розчини (розчини газів та органічних речовин)	Іонні розчин (солі, кислоти, основи)
Механічне безреагентне розділення	Мікрофільтрація	Адсорбція, Ультрафільтрація	Іонний обмін, зворотній осмос, електродіаліз
Окислення хлором, озоном	Окислення хлором, озоном	Окислення хлором, діоксином хлору, перманганатом калію	Переведення іонів в малорозчинні сполуки, в тому числі окисленням
Флотація суспензій і емульсій	Коагуляція колоїдних домішок	Екстракція органічними розчинниками	Сепарація іонів при різному фазовому стані води
Адгезія на гідроксидах заліза та високодисперсних матеріалах	Адсорбція на гідроксидах алюмінію, заліза та глинистих мінералах.	Адсорбція на активованому вугіллі та інших матеріалах	Фіксація іонів на твердому іоніті
Агрегація за допомогою флокулянтів	Агрегація за допомогою флокулянтів катіонного типу	Асоціація молекул	Переведення іонів в малодисоційований стан
Електрофільтрація суспензій та електроутримування мікроорганізмів	Електрофорез	Поляризація молекул в електричному полі	Використання рухомості іонів в електричному полі
Бактеріальний вплив на татогенні мікроорганізми та спори	Вірулцидний вплив	Біохімічний розпад	Мікробне виділення іонів

Доцільність використання мембранних процесів для очищення води підтверджується економічними показниками. Наприклад, в таблиці 1.3 наведені капітальні затрати на очищення стічних вод різними методами [12].

**Таблиця 1.3 – Затрати на процеси розділення чи видалення речовин при обробці промислових стоків [12]**

Процес	Питомі капітальні вкладення при продуктивності, USD/м <sup>3</sup>			Експлуатаційні затрати, USD/м <sup>3</sup>
	<5·10 <sup>3</sup> м <sup>3</sup> /добу	(5-15)·10 <sup>3</sup> м <sup>3</sup> /добу	(15-25)·10 <sup>3</sup> м <sup>3</sup> /добу	
Обробка активованим вугіллям	440 000	330 000	220 000	20-40
Мікрофільтрація	11 000	10 000	10 000	10-40
Випарювання	330 000	240 000	200 000	100-500
Відділення піни	15 000	11 000	9 000	7-20
Скидання в колодязі відстійники	310 000	260 000	220 000	50-90
Іонний обмін	88 000	77 000	66 000	40-220

В роботі [13] наведені дані, щодо порівняння економічної ефективності знесолення солоноуватих та морських вод зворотнім осмосом та конкуруючими процесами, зокрема дистиляцією (станом на 1976-1977 роки). Відмічалось, що економічний аналіз підтверджував вищу економічну ефективність зворотного осмосу, порівняно з дистиляцією, у випадку опріснення солонуватих вод, а вартість отримуваної води (з загальним солевмістом до  $300 \text{ мг/дм}^3$ ) води становила 20-65 центів за 1000 американських галонів води ( $3,785 \text{ м}^3$ ). Навіть для морської вартість знесолення зворотним осмосом виявлялася одного порядку або меншим за знесолення дистиляцією. Так, вартість опрісненої води для дистиляційних заводів продуктивністю понад 50 мільйонів галонів на добу ( $189\,000 \text{ м}^3$  на добу) становила 2,67 доларів за 1000 американських галонів, тоді як навіть для менш потужних зворотноосмотичних заводів – 1,80 доларів за 1000 американських галонів, тобто в 1,44 рази менше.

Витрати енергії на опріснення солонуватих вод з загальним солевмістом до  $3000 \text{ мг/дм}^3$  зворотнім осмосом становлять  $0,84 \text{ кВт}\cdot\text{год/м}^3$  ( $3,024 \text{ МДж/м}^3$ ), а для морської води з загальним солевмістом до  $35000 \text{ мг/дм}^3$  –  $7,0 \text{ кВт}\cdot\text{год/м}^3$  ( $25,2 \text{ МДж/м}^3$ ) [14]. В роботі [9] показано, що для опріснення морської води питомі енергетичні витрати становлять  $13,32 \text{ МДж/м}^3$ , тоді як для термічної дистиляції –  $230,4 \text{ МДж/м}^3$ , а виморожування –  $28,44 \text{ МДж/м}^3$ .

Такі економічні і енергетичні показники обумовлюють широке поширення процесів, в першу чергу баромембранних.

### **1.3 Баромембранні методи очищення води**

#### **1.3.1 Область застосування баромембранних процесів**

Зазначені переваги зворотного осмосу обумовили його широке поширення в останні 30 років в процесах опріснення, особливо в країнах Персидської Затоки, Середземномор'я, Карибського басейну та інших регіонів [15-31]. Варто відзначити, що витіснення мембранними процесами дистиляції

в країнах Персидської затоки призводить до необхідності пошуку нових споживачів пари з теплоелектроцентралей, яка раніше використовувалася для потреб дистиляційних заводів [19]. було запропоновано використовувати пару для теплоспоживаючих холодильних установок, що дозволяє відмовитися від дистиляції зі збереження ККД теплових електростанцій. Також ведуться дослідження щодо використання баромембранних процесів для підготовки питної води в південних областях України [32].

В не менших масштабах мембранні процеси використовуються для очищенні комунальних та промислових стічних вод [33-41], зокрема новітнім застосуванням є використання зворотного осмосу для очищенні стічних вод на космічних станціях [42].

Застосування певного типу баромембранних процесів залежить від типу та властивостей мембран.

### **1.3.2 Типи мембран та область їх застосування. Конструктивне оформлення баромембранних процесів**

В процесах мікрофільтрації, ультрафільтрації та нанофільтрації використовуються мембрани з пористою структурою [11, 12, 43]. В той же час структура мембран для зворотного осмосу може розглядатися як пориста [13], непориста [43], або проміжна між пористою та непористою (непориста з дефектами) [11].

В процесах мікрофільтрації можуть використовуватися мембрани як з симетричною (ізотпроною), так і з асиметричною (анізотпроною) структурою, в інших баромембранних процесах використовуються асиметричні мембрани, в тому числі і композитні [11].

Переважає більшість мембран виготовляється з полімерних матеріалів, в основному гідрофільних (ацетат целюлози, полісульфони, поліаміди та інші) [11, 13]. Також можуть використовуватися гідрофобні полімерні мембрани (найчастіше з полівінілденфториду та тетрафторетилену), які мають



дещо гірші розділювальні властивості і використовуються переважно в процесах мікрофільтрації [11].

У випадку розділення агресивних середовищ використовуються керамічні мембрани, переважно на основі оксиду алюмінію [11,43].

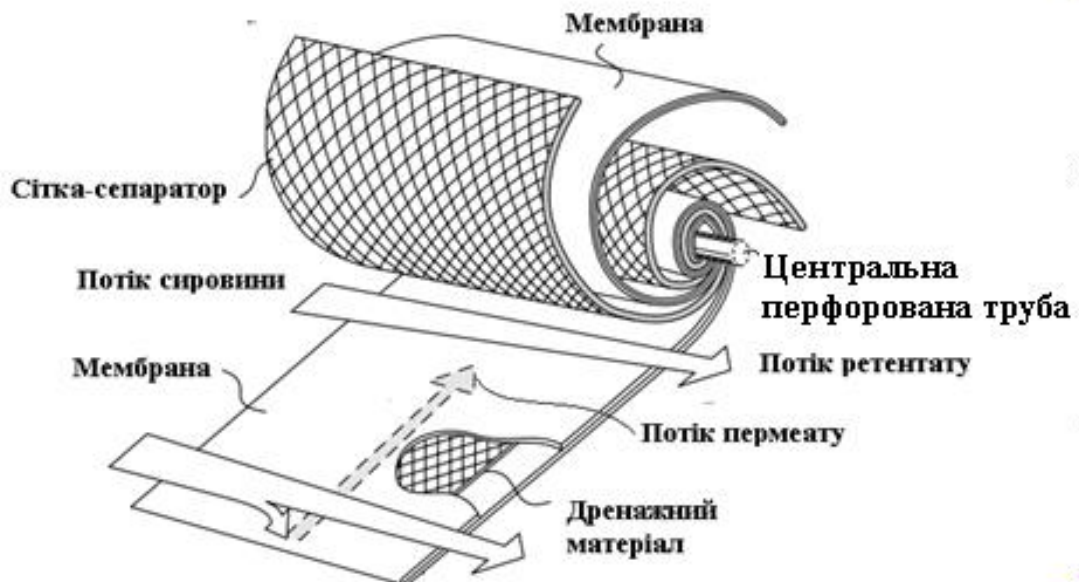
Враховуючи, що більшість мембран виготовляється з полімерних матеріалів, які найчастіше використовуються в системах підготовки води. основну увагу буде приділено саме такому їх типу.

На сьогодні в промисловому масштабі використовуються чотири базові конструкції апаратів для проведення баромембранних процесів – плоскорамні, трубчасті, рулоновані та порожнистоволоконні [11, 43]. Плоскорамні та трубчасті мембранні модулі через порівняно високу вартість виготовлення [43] та відносно низьку питому поверхню ( $100\text{--}400\text{ м}^2/\text{м}^3$  та до  $300\text{ м}^2/\text{м}^3$ , відповідно [11]) використовуються лише в специфічних виробництвах з малою продуктивністю. Однак їх поверхня доступна для механічних методів видалення осаду, тому детально дані конструкції не розглядатимуться.

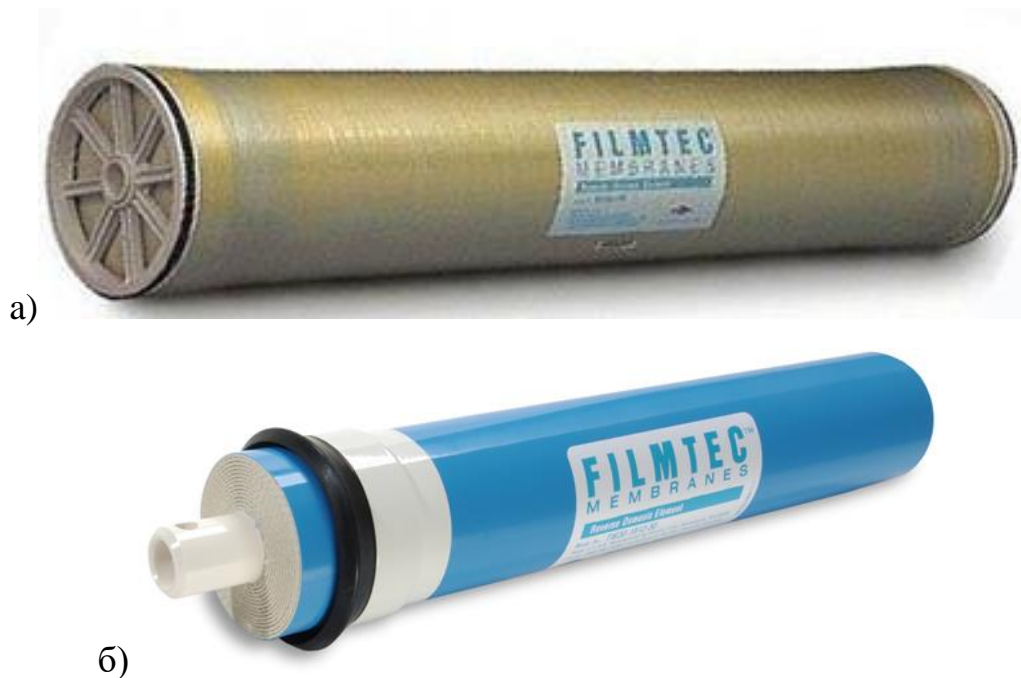
Найбільш поширеною конструкцією є рулонована або спіральна конструкція мембранного модуля (рисунок 1.2 [43]). Рулонований модуль містить перфоровану центральну трубу, навколо якої намотується пакет мембранний пакет та сітка сепаратор, яка формує напірний канал для руху сировини, що подається з торця рулону. Пермеат через дренажний матеріал потрапляє в центральну трубу, а ретентат видаляється з протилежного торця рулону. Перевагою таких модулів є висока питома поверхня мембран (до  $1000\text{ м}^2/\text{м}^3$ ), а також простота та надійність в експлуатації та можливість регенерації [11]. Діаметр побутових рулонованих модулів (рисунок 1.3 б [44]) становить  $0,0445\text{ м}$  ( $1,75$  дюйма), довжина напірного каналу –  $0,26\text{ м}$ , висота напірного каналу –  $0,35 \cdot 10^{-3}\text{ м}$  [44]. Для промислових (рисунок 1.3 а [44]) діаметр може досягати  $0,25\text{ м}$ , довжина –  $1,5\text{ м}$ , а висота напірного каналу –  $0,001\text{ м}$  [44].

Найбільшу питому поверхню мають порожнистоволоконні модулі (рисунок 1.4) – в окремих випадках вона може досягати  $30\,000\text{ м}^2/\text{м}^3$ . Однак

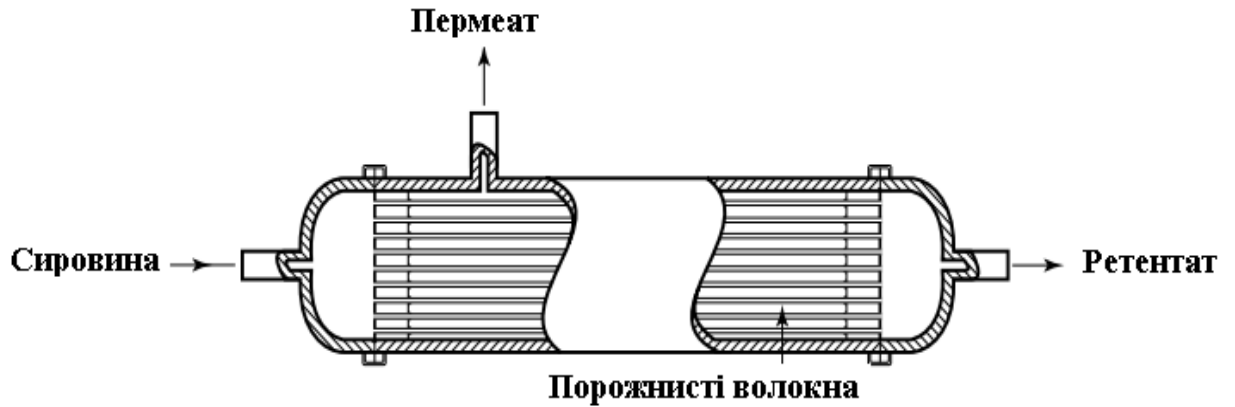
при експлуатації таких модулів виникають нерівномірності в упаковці волокон, внаслідок чого знижується ефективна поверхня [11, 43]. Крім того їх вартість більш ніж в двічі більша за вартість рулонованих і вони не підлягають відновленню [44].



**Рисунок 1.2 – Схема рулонового модуля [43]**



**Рисунок 1.3 – Фотографії рулонованих мембранных модулів: (а) промислового, (б) побутового [44]**



**Рисунок 1.4 – Схема порожнистоволоконного мембранного модуля [43]**

На практиці найчастіше використовують рулоновані модулі, тому надалі основна увага приділятиметься саме такій конструкції.

### **1.3.3 Вплив базових технологічних та конструктивних факторів на ефективність баромембранних процесів**

До основних факторів, що впливають на ефективність баромембранних процесів належать робочий тиск, робоча температура, хімічний склад та концентрація розділюваного розчину, а також конфігурація каналів [11, 45-59].

До основних факторів, що впливають на ефективність баромембранних процесів належать робочий тиск, робоча температура, хімічний склад та концентрація розділюваного розчину, а також конфігурація каналів [11, 45-59].

Робочий тиск визначає рушійну силу процесу розділення, однак надмірне зростання тиску також може викликати усадку мембрани або її механічне руйнування, крім того за наявності осаду викликає його ущільнення [11, 45]. Робочий тиск для зворотного осмосу знаходиться в межах 0,5–25 МПа. Підвищення температури дозволяє підвищити продуктивність, однак це

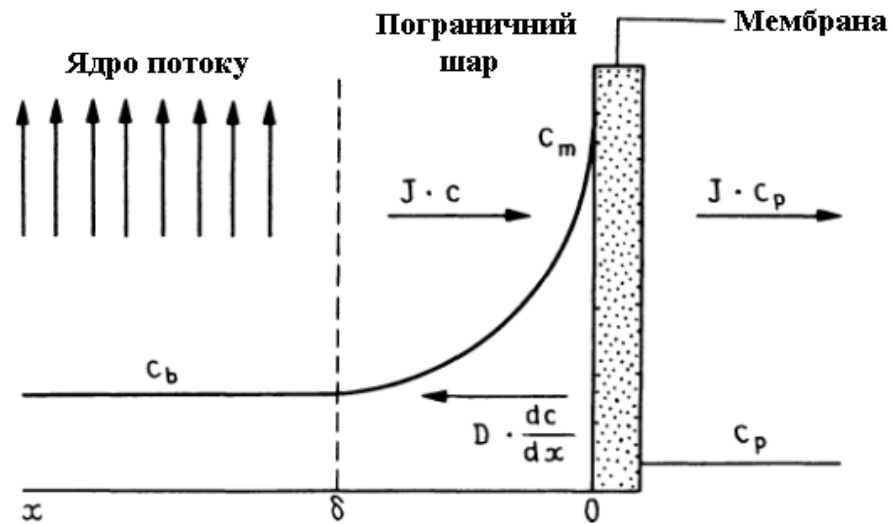
зменшує селективність та може призвести до термічної деструкції матеріалу мембрани і на практиці не перевищує 45 °C [46].

Підвищення концентрації в розділюваному розчині призводить до зростання осмотичного тиску, а також до підвищення інтенсивності поляризаційних явищ. Процес суттєво ускладнюється у випадку взаємодії між собою компонентів промивного розчину, а також у випадку наявності органічних речовин та бактерій, що сприяє формуванню біоплівки [47–52]. Конфігурація каналу (довжина мембранного полотна, товщина сітки сепаратора та її конструкція тощо) визначає ступінь турбулізації, а отже і величину коефіцієнта масовіддачі. Для підвищення ступеня турбулізації використовують модернізовані конфігурації сіток сепараторів та промотори турбулентності [53–57]. Проте в цих випадках недостає уваги приділяється впливу запропонованих конструкцій на формування осаду та його видалення.

Крім того підвищити енергетичну ефективність баромембранних процесів вдається досягти використанням енергії ретентату (наприклад для обертання турбін) [58]. Також розглядалися можливості використання обертання модуля для інтенсифікації масообміну [59].

Однак найбільший вплив чинять поляризаційні явища, які суттєво збільшують загальний опір перенесенню речовини через мембрану. Явище концентраційної поляризації, як показано в роботах [60–62], виникає внаслідок того, що крізь мембрану проникає переважно розчинник, тоді як розчинена речовина залишається біля поверхні мембрани, що призводить до збільшення її концентрації в пограничному шарі.

Зростання концентрації розчиненої речовини біля поверхні мембрани, як показано в роботі [60], внаслідок концентраційної поляризації призводить до зворотної дифузії в об'єм розчину доки не встановиться стаціонарний режим, коли зворотній дифузійний потік збалансується потоком накопичення біля поверхні мембрани і встановить сталий профіль концентрації (рисунок 1.5).



**Рисунок 1.5 – Профіль концентрації в пограничному шарі мембрани за стаціонарного режиму концентраційної поляризації**

Цей стан відповідно до плівкової теорії може бути описаний рівнянням [11, 60, 61]:

$$J \cdot C + D \frac{dC}{dx} = J \cdot C_p \quad (1.1)$$

де  $J$  – потік речовини через мембрану,  $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;

$C$  – функція зміни концентрації розчиненої речовини,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$D$  – коефіцієнт молекулярної дифузії,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;

$C_p$  – концентрація розчиненої речовини в пермеаті,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

В роботі [60] показано, що інтегруванням виразу (1.1) в межах пограничного шару товщиною  $\delta$  від концентрації в ядрі потоку до концентрації на поверхні мембрани (рисунок 1.5), у рахуванням того, що  $\beta = D/\delta$ , можна отримати:

$$\frac{C_m}{C_b} = \frac{\exp(J/\beta)}{R + (1-R)\exp(J/\beta)} \quad (1.2)$$

де  $C_m$  – концентрація розчиненої речовини біля поверхні мембрани,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$C_b$  – концентрація розчиненої речовини в ядрі потоку,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$R$  – коефіцієнт розділення;

$\beta$  – коефіцієнт масовіддачі в рідкій фазі, м/с.

Рівняння (1.2) показує, що ступінь концентраційної поляризації визначається величинами потоку пермеата  $J$  та коефіцієнта масовіддачі  $\beta$ . Величина  $J$  визначається параметрами мембрани і робочим тиском, в той же час,  $\beta$  суттєво залежить від гідродинамічного режиму [11]. Крім того, на концентраційну поляризацію також суттєво впливають і геометричні характеристики напірного каналу і, зокрема, сітки-сепаратора, що особливо важливо для рулонованих модулів [62].

Крім плівкової теорії для опису явища концентраційної поляризації було запропоновано ряд теоретичних моделей.

Модель Шреглера-Кедема розглядає мембрану як чорний ящик та характеризує концентраційну поляризацію в термінах проникнення розчиненої речовини  $P_s$  ( $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ) та коефіцієнтом відбиття  $\sigma$  які отримуються за експериментальними даними. Згідно моделі отримується наступний вираз [60]:

$$\frac{1-\sigma}{P_s} J = \ln \left[ \frac{\sigma C_p}{C_p - C_m(1-\sigma)} \right] \quad (1.3)$$

Основна відмінність між цією моделлю та плівковою теорією є те, що в моделі Шпеглера-Кедема [60] вводиться коефіцієнт відбиття  $\sigma$ , який змінюється в діапазоні значень від 0 до 1. Модель Шпеглера-Кедема узгоджується з плівковою теорією коли  $\sigma=1$ , що означає, що конвективний транспорт розчиненої речовини відсутній. Це можливо у випадку ідеальної зворотно осмотичної мембрани, коли в мембрані немає пор, в яких могло б відбуватися перенесення солі. Для реальних пористих мембран, коефіцієнт відбиття має додатне значення, менше одиниці.

Модель гелевого шару [11, 60] базується на факті, що біля поверхні мембрани розвивається пограничний шар розчиненої речовини при розділенні

макромолекул. Після поляризації макромолекули полімеризуються та накопичуються у вигляді гелю поряд з мембраною.

Коли розчинена речовина повністю відділена мембраною, потік розчинника зростає зі зростанням тиску поки досягається критична концентрації ( $C_g$ ). При зростанні тиску товщина шару гелю збільшується, це значить, що опір шару гелю ( $R_g$ ) перенесенню розчинника зростає, отже шар гелю стає лімітуючим фактором у визначенні потоку. Загальний опір може бути представлений двома послідовними опорами, тобто опором шару гелю та опором мембрани. Для шару гелю потік може бути представлений [60]:

$$J = \beta \ln \left[ \frac{C_g}{C_b} \right] \quad (1.4)$$

де  $J$  потік;

$C_g$  концентрація розчиненої речовини в гелі;

$C_b$  концентрація в ядрі потоку,

$\beta$  коефіцієнт масовіддачі

Ця модель використовувалася як засіб для прямої інтерпретації експериментальних даних в пористих мембранах. Однак модель має ряд недоліків, в першу чергу відмінність експериментальних значень потоку від розрахункових при високих значеннях концентрацій в гелі і не може бути використана при розділенні [60].

Модель осмотичного тиску [60] використовується для процесу зворотного осмосу, коли осмотичний тиск може досягати високих значень (до 6-8 МПа [11]) на поверхні мембрани, де внаслідок концентраційної поляризації значно зростає концентрація, особливо коли розділення проводиться при високих витратах пермеату з високим рівнем селективності. Співвідношення між потоком, робочим тиском та різницею осмотичних тисків біля поверхні мембрани виражається наступним чином [60]:

$$J = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu R_t} \quad (1.5)$$

де  $\Delta p$  – прикладений робочий тиск;

$\Delta \pi$  – різниця осмотичних тисків;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості розділюваного розчину;

$R_t$  загальний опір перенесенню.

Загально опір перенесенню включає опір мембрани, опір шаку концентраційної поляризації, та опір

Модель успішно використовується для процесів зворотного осмосу, але мало придатна для ультрафільтрації та мікрофільтрації, через незначні значення осмотичного тиску розчинів, що розділяються за допомогою цих процесів.

Враховуючи особливості процесу зворотного осмосу найбільш придатною є модель осмотичного тиску, яка буде використовуватися в подальшому.

#### 1.3.4 Забруднення поверхні мембран

Найбільш негативним наслідком поляризаційних явищ є утворення на поверхні мембран забруднень [63]. Зокрема, як показано в роботі [64] зниження продуктивності мембранних установок на 95-97% визначається забрудненням поверхні мембран и лише на 3-5% ущільненням їх капілярно-пористої структури. Найбільш розповсюджені типи забруднень – мінеральні осадки, гідроксиди металів, колоїдні плівки органічного та біологічного походження. Причини забруднення мембран визначаються фізико-хімічними та поверхневими властивостями самої мембрани та частинок забруднюючої фази [64].

Завислі мікрочастинки осідають в основному на першій секції мембранних установок, а сольові відкладення – на останніх, де їх концентрація в 3-4 рази більша, ніж у вихідній воді і велика імовірність перевищення границі розчинності. Біологічні забруднення можуть початися в будь-якій точці установки і швидко поширитися по всьому мембранному контуру [65].



В роботі [66] показано, що комплексні забруднення промислових зворотно осмотичних знесолювальних заводах містять порошки, колоїди (кремній-алюміній-залізо), гідрофобну органіку (ефіри тетрафталевої ксилоти) та мікроорганізми. Також можливі утворення осадів гумінової кислоти та порошку активованого вугілля [67].

Однією з головних причин забруднення мембран є формування на їх поверхні карбонатних осадів. При підвищенні температури та рН початкової води рівноважне співвідношення між карбонатами та бікарбонатами зсувається в бік карбонатів, які разом з сульфатами, фосфатами кальцію, барію та стронцію, а також боратами, силікатами, гідроксидами заліза, марганцю та алюмінію, які відрізняються низькою розчинністю утворюють мінеральні осади [64].

В роботі [68] проводилося дослідження впливу температури розділюваного розчину на неорганічне забруднення поверхні мембран при знесолювання солонуватих вод зворотнім осмосом. При зростанні температури води, відділення солі та концентраційна поляризація зменшувалася. Однак, утворення зародків кристалів сульфату кальцію та коефіцієнт росту зростали з температурою. При 15 та 25°C утворення осаду сульфату кальцію в повільному, сталому потоці спадало при такому низькому відновленні як 10-20%. При цих температурах, багато маленьких кристалів формувалися над всю мембраною. Відносно небагато великих кристалів сформувалися в напрямку до вихідного отвору концентрату модель 3О, але вся поверхня мембрани була вкрита «голкоподібними» кристалічними фрагментами. Кристалічні фрагменти відламувалися від зростаючих «троянд» сульфату кальцію і однорідно перерозподілялися по поверхні мембрани, формуючи кек, який спричинив масивне зменшення потоку. Ці результати показують, що висока робоча температура процесу 3О створює підвищений ризик події аварійно небезпечного рівня забруднення.

Також відмічається, що при розгляді осадження карбонатів кальцію необхідно враховувати наявність метастабільних полів [69] та наявність в

розчині інших іонів [70]. Зокрема іони магнію зменшують кількість джерел кристалізацію сульфату кальцію через комплексоутворення сульфату магнію, яке зменшує здатність сульфат-іонів до формування ядер, а бікарбонати, іони магнію та гумінова кислота загальмовують початок осадження сульфату кальцію стягуванням іонів кальцію які могли б бути використані для формування початкових ядер сульфату кальцію [70]. Також домішки впливають і на осадження оксиду кремнію [71] та органічні забруднення [72-76]. В процесі прямого осмосу не менший вплив на процеси органічного забруднення чинить температура початкового та розведеного розчину [77].

У випадку полімерних мембран, на забруднення впливають властивості мембран, в першу чергу морфологія полімеру та змочуванність поверхні [78–83]. Зокрема, встановлено, що гідрофобні мембрани в меншій мірі схильні до забруднення [79], що дозволяє зменшити вплив забруднення за рахунок модифікації мембран [82–83].

Авторами [63] було запропоновано умовну класифікацію забруднення:

- біозабруднення – відкладення біологічного походження, бактерії, водорості, найпростіші тощо та продукти їхньої життєдіяльності;
- колоїдне забруднення – відкладення частинок та колоїдних домішок, що присутні у водному середовищі;
- органічне забруднення – відкладення органічних речовин природного та штучного походження;
- неорганічне забруднення – відкладення переважно кристалічної структури: карбонати, сульфати та фториди кальцію, магнію, феруму тощо.

Колоїдне органічне та біологічне забруднення є досить розповсюдженими проблемами при експлуатації систем зворотного осмосу, але у більшості випадків їх прояви можна звести до мінімуму за допомогою ефективної попередньої підготовки води. В той же час використання спеціальних технологій для уникнення неорганічного забруднення може звести нанівець усі економічні та технологічні переваги мембранних методів[63].

Для окремих випадків забруднень розроблені більш детальні механізми їх утворення [84-88], а також методи оцінки схильності розчину до забруднення, передбачення утворення осадів на поверхні мембрани та засоби вимірювання характеристик забруднення.[89-101].

На основі досвіду експлуатації мембранного обладнання можливо оцінити вид забруднення за зміною технологічних параметрів процесу. Така інформація наводиться в технічних бюлетенях провідних виробників мембран, зокрема Hydranautics Nitto Group Company (Каліфорнія, США) [102]. Фрагмент таких даних про імовірні причини порушень роботи мембранних установок наведені в таблиці 1.4.

**Таблиця 1.4 – Вплив забруднень на параметри процесу [102].**

Імовірна причина	Імовірне знаходження	Перепад тиску	Тиск на вході	Проникнення солі
Забруднення оксидами металів	Перша ступінь головного елемента	Швидке зростання	Швидке зростання	Швидке зростання
Колоїдне забруднення	Перша ступінь головного елемента	Поступове зростання	Поступове зростання	Незначне зростання
Мінеральне забруднення	Остання ступінь хвостових елементів	Помірне зростання	Слабке зростання	Помітне зростання
Біологічне забруднення	Будь яка ступінь, зазвичай головні елементи	Помітне зростання	Помітне зростання	Типове зростання
Органічне забруднення	Всі ступені	Поступове зростання	Зростання	Зменшення
Антискейлантне забруднення	Найбільш сильне на другому ступені	Типове зростання	Зменшення	Зростання

Ці данні дозволяють розробити стратегію усунення негативних наслідків поляризаційних явищ. При цьому доцільно врахувати нерівномірність розміщення осаду по поверхні в рулонованих модулях [103].

### **1.3.5 Методи зниження впливу концентраційної поляризації**

Використання попередньої обробки є одним з найефективніших методів пом'якшення наслідків регенерації, а також здатне практично повністю усунути колоїдне та органічне забруднення [63].

Методи попередньої обробки можна умовно розподілити на традиційні методи обробки, методи мембранної обробки (використання мікрофільтрації чи ультрафільтрації, як попередньої обробки для зворотного осмосу), а також специфічні методи. Крім того високу ефективність демонструє використання антискейлантів [104–117].

Коагуляція та адсорбція широко використовується для попередньої обробки мембранних процесів, в першу чергу мікрофільтрації, при очищенні води в першу чергу для пом'якшення забруднення та підвищення відділення мікрозабрудників [104]. В окремих випадках коагуляція дозволяє повністю усунути забруднення. Наприклад в роботі [28] показано, що включенням в систему попередньої обробки процесу коагуляції проблему забруднення піском та глиною було повністю вирішено. Також процес флокуляції ефективний для усунення забруднень клітинного походження. Катіонні полімери були ефективними в флокуляції суспензії дріжджів, що дозволяло збільшити потік пермеату, порівняно з обробкою сирової суспензії [105].

На ефективність попередньої обробки коагуляцією впливає дозування коагулянту (в тому числі при перевищенні оптимальної дози) [106], наявність в розчині іонів (зокрема  $\text{Ca}^{2+}$ ) [107], а також рівень pH [104, 108]. Також ефективним виявляється поєднання традиційних методів, наприклад коагуляцію/флокуляцію та адсорбцію чи іонний обмін [109].

Однак в більшості випадків процеси коагуляції дозволяють лише пом'якшити забруднення. Крім того в окремих випадках вони поступаються іншим методам обробки, наприклад при мікрофільтрації та ультрафільтрації біологічно оброблених вторинних стоків коагуляція поступається адсорбції активованим вугіллям, в тому числі за показником підвищення потоку [110].

Мікрофільтрація та ультрафільтрація є найпоширенішими мембранними методами попередньої обробки в системах зворотного осмосу. Ці процеси здатні послідовно зменшити мутність до  $<0,1$  NTU (nephelometric turbidity unit – нефелометрична одиниця мутності), незалежно від початкового рівня

мутності, а також показали себе ефективними для повного вилучення загальних кишкових бактерій та вірусів [26, 111–113].

Також для попередньої обробки вод з високим потенціалом забруднення використовують процес прямого осмосу, який є дуже ефективним методом попередньої обробки води для подальшого розділення методом зворотного осмосу. Такий процес є перспективним рішенням щодо попередньої обробки, який дозволяє видаляти як мінеральні так і органічні забрудники [114].

Серед інших методів попередньої обробки найбільш поширеним є обробка озоном. Інжектування озону в потік сировини мембранного модуля призводив до зростання потоку пермеату в широкому діапазоні робочих умов. Зменшення забруднення, яке спостерігалось в гібридних системах відбувалося завдяки реакції озону або вторинних окисників з забруднювачем [115]. Також показана ефективність озонування при попередній обробці води для мікрофільтрації з металевими мембранами [116] та ультрафільтрації з полісульфонними мембранами [117].

Озонування є ефективним лише для боротьби з органічним забрудненням і цей процес слід використовувати для неорганічних, в першу чергу керамічних, мембран через їх високу стійкість до хімічної дії озону. В той же час озон може призвести до хімічної деструкції полімерних мембран [115].

В роботі [111] було запропоновано використовувати для попередньої обробки сировини в установках зворотноосмотичного знесолення морської води системи пляжних колодязів – конструкцій, які включали колодязі, викопані на березі моря, корпусів колодязів, захисних екранів, занурених насосів та трубопроводів. Така система використовує меншу кількість обладнання . порівняно з традиційною та мембранною попередньою обробкою, а також забезпечує необхідну якість сировини перед подачею на установки зворотного осмосу. Однак така система може розташовуватися лише на морських берегах і не є транспортабельною.

Достатньо простим методом профілактики появи неорганічних забруднень є дозування ви потік очищеної води атискейлантів – речовин, що запобігають кристалізації (інгібують процес кристалізації) малорозчинних сполук з пересичених розчинів, а також здатні руйнувати та диспергувати уже утворені кристали [63]. В роботі [64] наведені результати дослідження з усунення мембранного забруднення шляхом дозування в потік вихідної води атискейлантів, в якості яких використовувалися поліфосфати, фосфонати, полімери та співполімери. Але застосування атискейлантів ефективне лише тоді, коли вони адаптовані до конкретного типу мембран та їх дозування розраховане. Крім того, в роботі [65] зазначалося, що антискейланти можуть призвести до підвищення рівня біозабруднень.

В цілому методи попередньої обробки води можуть суттєво пом'якшити умови забруднення, але навіть при ефективних системах попередньої обробки відбувається утворення осадів, а ефективність таких систем визначається тривалістю неперервної роботи мембранної установки до зменшення потоку пермеату на 10-15%. В [102] зазначається, що такий період має становити від 3 до 12 місяців.

Схильність до утворення осадів залежить від властивостей мембрани. Зокрема, забивання мембран з відритими порами виражено значно сильніше, ніж у мембран з більш щільною структурою. Гідрофільні мембрани менш схильні до забруднення, ніж гідрофобні. Заряджені також менш схильні до забивання, особливо іонами або частинками одного заряду [11, 118].

Вище зазначені факти слугують підґрунтям для виготовлення нових мембранних матеріалів та модифікацію існуючих (переважно композитних) мембран з метою зменшення утворення осадів та/або полегшення їх регенерації. В якості матеріалів для основи мембрани та модифікаторів використовують широкий спектр матеріалів та їх комбінацій, зокрема політетрафторетилен та поліетиленгліколь [119], полівінілденфлуорид та нанохітин [120], полівінілденфлуорид та поліетиленамін [121], полідопамін [122], поліамін та оксид графену [123], поліетилеттерифтолат та метакрильну

кислоту з антибактеріальними агентами[124], а також керамічних матеріалів на основі цирконію [125]. Також для боротьби з біозабрудненнями було запропоновано модифікувати сітку-сепаратор, шляхом введення наносрібла [126].

Проте модифікація мембран дозволяє зменшити окремі види забруднення і неефективне у випадку неорганічного забруднення.

Концентраційну поляризацію можна знизити збільшуючи коефіцієнти масовіддачі, тобто при турбулізації потоку, чи використовуючи мембрани меншої продуктивності [11].

Для турбулізації потоку крім збільшення швидкості використовують барботаж [127], вібрації в модулі [128], а також використання обертових модулів [53]. Недоліком таких методів є складність їх реалізації в великогабаритних промислових установках великої потужності, крім того існують сумніви щодо їх економічної ефективності в таких умовах [11].

При аналізі впливу на забруднення зменшення продуктивності була висунута гіпотеза критичного потоку – такого значення потоку речовини через мембрану, нижче якого не повинні відбуватися процеси утворення осадів [129, 130]. Однак в роботі [131] показано, що дана гіпотеза не підтверджується експериментально.

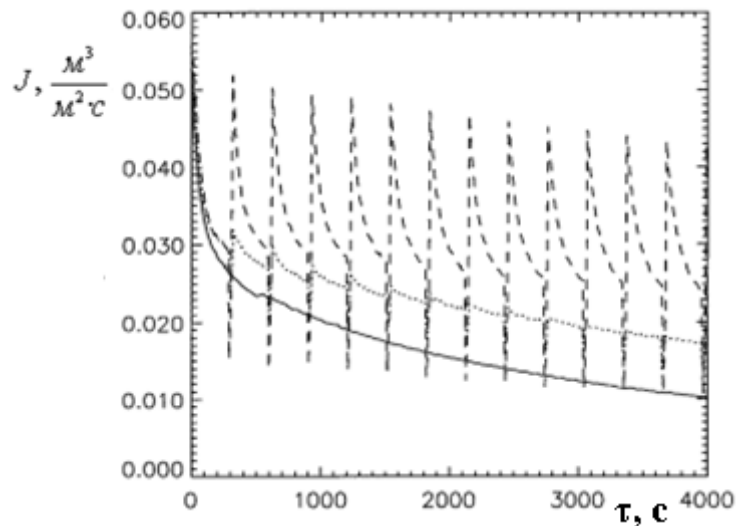
### **1.3.6 Методи регенерації забруднених модулів**

В теперішній час найбільш поширеними є три методи регенерації: механічний, гідромеханічний та хімічний. Вибір метода регенерації залежить головним чином від конструктивних особливостей модуля, фізико-хімічних властивостей мембрани та типу забруднень [11].

Механічне очищення полягає у механічному впливі на робочу поверхню мембрани, яке може бути застосоване тільки для плоскорамних та трубних модулів, які використовуються достатньо рідко [43, 132].

Методи гідромеханічного очищення включають зворотне промивання, поперемінне компримування і декомпримування, періодичну зміну потоку,

пульсації промивного розчину, промивання газо-рідинною сумішшю, зворотнім продуванням стиснутим повітрям тощо [11, 132]. На рисунку 1.6 показана характерна зміна продуктивності мембранної установки з часом при періодичному промиванні [133].



**Рисунок 1.6 – Зміна потоку пермеату з часом при періодичному промиванні [133]**

Зворотне промивання найбільш ефективне і поширене для регенерації мікрофільтарційних та крупнопористих ультрафільтраційних мембран [11]. В окремих випадках даний метод дозволяє відновити продуктивність мембран майже повністю, зокрема у випадку забруднення при мікрофільтрації плазмідної ДНК [134] та дріжджових продуктів (продуктивність мембрани після регенерації становила 98% від продуктивності чистої мембрани) [135], а також підвищити ефективність розділення у випадку неводних розчинів [136]. В інших випадках (забруднення ультрафільтраційних мембран гуміною кислотою та забруднення мембранних біореакторів) зворотне забезпечує лише часткове вилучення осаду [67, 137]. В роботі [133] порівнювалася ефективність зворотного промивання при забрудненні білковими продуктами і було встановлено, що при забрудненні дріжджовими продуктами більш ефективне зворотне промивання, тоді як при забрудненні альбуміном більш ефективне є поперечне промивання. У випадку мікрофільтрації



тонкодисперсних суспензій  $\text{TiO}_2$  з використанням керамічних мембран, зворотне промивання є ефективним для мембран з розміром пор до 0,1 мкм, а для мембран з більшим розміром пор необхідно використовувати хімічне очищення [138].

Для зворотноосмотичних мембран зворотне промивання ускладнене через малі розміри пор і в цьому випадку доцільно використовувати поперечне промивання з використанням хімічних реагентів [102].

Інші методи гідродинамічного очищення забруднених мембран використовуються рідше [11]. Втім, в роботі [139] відмічається ефективність промивання двофазним потоком (газорідинною сумішшю) для видалення біоплівки. Слід відзначити, що в даній роботі досліджувалися особливості регенерації рулонованих мембранних модулів, включаючи специфіку видалення забруднень з сітки-сепаратора, що свідчить про актуальність досліджень з урахуванням даної специфіки.

Методи хімічного очищення особливо важливі для боротьби з забрудненнями. Велика кількість хімічних реагентів використовується як в індивідуальному вигляді так і в різноманітних комбінаціях [11]. При цьому можуть використовуватися як традиційні хімічні реагенти (розчини лугів, кислот, комплексоутворюючих агентів, поверхнево-активні речовини, знезаражуючі агенти тощо), так і комерційні промивні агенти, які спеціально розроблені для проведення хімічного очищення мембран [140-143]. Для різних видів забруднень ефективність різних типів реагентів виявляється різною. Наприклад, при регенерації мембран забруднених солями марганцю та міді, найбільш ефективним реагентом виявився водний розчин аміаку (лужне середовище) [144]. Більше того, лужне середовище ефективне для очищення забруднень тетрафталевою кислотою (промивання здійснювалося розчином гідроксиду натрію) [145], та у випадку комплексних органічних та біологічних забруднень за наявності в осадах комплексів металів [146]. В той же час, для забруднень частинками оксиду титану найефективнішим промивним реагентом виявилася щавлева кислота [138]. В деяких випадках більш

ефективними виявляються комбінації промивних розчинів, наприклад додецилсульфату натрію, етеилендіамінтетраацетат натрію та гідроксиду натрію [147] або хлоридної кислоти та гідроксиду натрію [148]. При виборі промивного агента та його концентрації необхідно враховувати хімічну стійкість мембран, оскільки реакція між матеріалом мембрани та промивним агентом призводить до руйнування активного шару мембрани [143]. Крім того, до порушень структури мембрани може призвести затримка у проведенні хімічного промивання через мікробіологічну активність [149].

У випадку забруднення мембран високомолекулярними сполуками, такими як протеїни та ліпіди, які характерні для харчової промисловості можливе очищення з використанням ферментів [150, 151].

Також, було запропоновано ряд комплексних підходів, що включають злагодження роботи системи попередньої обробки та промивання [152] та порядок заходів з промивання з вилученням окремих компонентів шару забруднень [92].

Результати численних досліджень з регенерації забруднених мембран узагальнені у вигляді практичних рекомендацій, які надають виробники мембран (зокрема Hydranautics Nitto Group Company (США)), які полягають у наданні рецептур промивних розчинів (таблиця 1.5) та рекомендації щодо їх застосування (тип і ступінь забруднення – таблиця 1.6) [102].

Крім рецептур та розчинів та рекомендації, щодо їх застосування наводяться рекомендації щодо визначення необхідності проведення процедури промивання, її частоти та порядку його проведення. Зокрема в [102] зазначається, що проводити регенерацію слід у випадку зменшення потоку зменшується на 10%, зменшується якість пермеату на 10% або гідравлічний опір мембрани зростає на 15%. Процедура промивання виникає частіше необхідно змінити систему попередньої підготовки. В [102] наведені рекомендації щодо режимів промивання (об'ємів промивного розчину, витрат) і т.д., а також відмічено, що час промивання має становити від чотирьох до восьми годин з уточненням за емпіричними даними.

**Таблиця 1.5 – Рецептури промивних розчинів компанії Hydronautics [102]**

Номер промивного розчину	Компоненти розчину	Кількість компонентів на 379 л,	Коректування pH	Цільова температура, °C
1	Лимонна кислота (порошок 100%)	7,7 кг	Не потребується	40
2	Триполіфосфат натрію (порошок 100%)	7,7 кг	довести pH до 10,0 додавання сульфатної або хлоридної кислоти	40
	Етиліндіамінтетрацетат натрію (порошок 100%)	3,18 кг		
3	Триполіфосфат натрію (порошок 100%)	7,7 кг	довести pH до 10,0 додавання сульфатної або хлоридної кислоти	35
	Натрій додецил бензол сульфат	0,1 кг		
4	Хлоридна кислота HCl (водний розчин 36%)	1,78 л	Повільно довести pH до 2,5 з HCl, Коректувати pH до більших значень з NaOH	35
5	Гідросульфат натрію (порошок 100%)	3,86 кг	Не потребується	35
6	Гідроксид натрію		Повільно підняти pH до 11,5 з NaOH. Коректувати pH до нижчих значень додаванням HCl	30
	порошок 100%	0,38 кг		
	або розчин 50%	0,49 л		
	Додецилсульфат натрію	0,11 кг		
7	Гідроксид натрію		Повільно підняти pH до 11,5 з NaOH. Коректувати pH до нижчих значень додаванням HCl	30
	порошок 100%	0,38 кг		
	або розчин 50%	0,49 л		

**Таблиця 1.6 – Рекомендації компанії Hydronautics щодо застосування промивних розчинів [102]**

Забрудник	М'який промивний розчин	Жорсткий промивний розчин
Осад карбонату кальцію	1	4
Осади сульфатів кальцію, барію або стронцію	2	4
Оксиди і гідроксиди металів (Fe, Mn, Zn, Cu, Al)	1	5
Неорганічні колоїдні забрудники	1	4
Суміш органічних і неорганічних колоїдних забрудників	2	6
Покриття полімеризованим кремнієм	Не рекомендовано	7
Біологічні речовини	2 або 3	6
Природні органічні речовини	2 або 3	6

Інформації щодо методів визначення часу регенерації та передбачення продуктивності мембран після регенерації не виявлено. Однак в роботі [92] наводиться методика розрахунку інтервалу між промиваннями.

Отже питання розвитку методів регенерації мембранних модулів залишається актуальним, зокрема важливим питанням є моделювання процесів, що протікають при регенерації.

#### 1.4 Масообмін в системі рідина – тверде тіло

При промиванні забруднених модулів (як гідравлічному так і хімічному) осади, утворені на поверхні мембран, виводяться потоком промивного розчину. При цьому можливе виведення осаду або у вигляді тонко дисперсної суспензії, або у вигляді розчину. Тому доцільно розглянути кінетичні закономірності процесів масообміну в системі рідина-тверде тіло.

Кінетика процесу масообміну при перенесенні маси з твердої фази в рідку описується рівнянням виду [153]:

$$\frac{dM}{d\tau} = KF(C^p - C_1) \quad (1.6)$$

де  $M$  – маса вилученого матеріалу, кг;

$\tau$  – час вилучення, с;

$F$  – площа поверхні контакту фаз, м<sup>2</sup>;

$C^p$  – рівноважна концентрація (концентрація насиченого розчину), кг/м<sup>3</sup>;

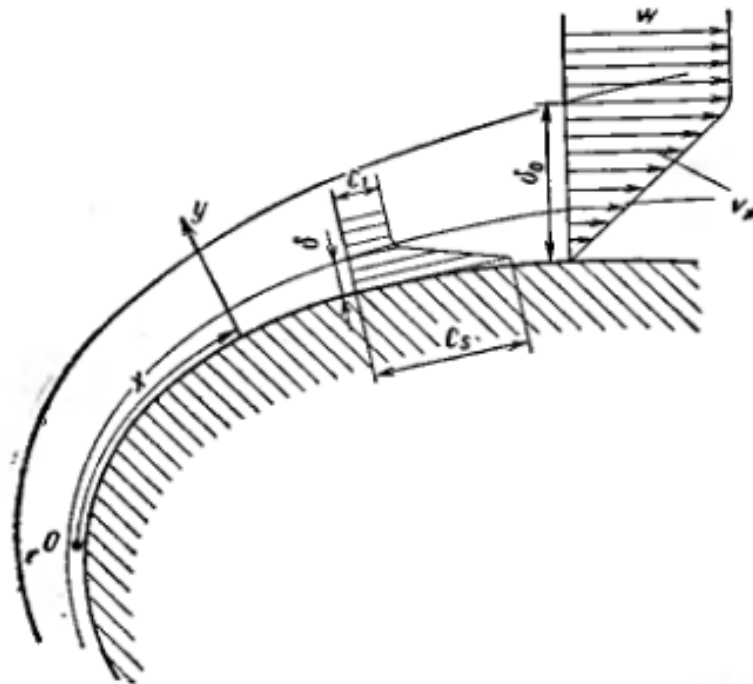
$C_1$  – поточна концентрація розчиненої речовини в розчиннику, кг/м<sup>3</sup>;

$K$  – кінетичний коефіцієнт, м/с.

В роботі [153] величина  $K$  визначається як коефіцієнт швидкості розчинення, а в роботах [154, 155] названа індивідуальним коефіцієнтом масовіддачі. Враховуючи фізичний зміст цього коефіцієнта, а також можливість утворення колоїдних систем, в подальшому, будемо називати його коефіцієнтом перенесення маси і використаємо позначення  $K$ .

Необхідно відзначити, що згідно [153] для розрахунку коефіцієнта перенесення маси доцільно використовувати метод, що ґрунтується на уявленні про квазістаціонарний процес. Сутність метода полягає в тому, що застосовують рівняння обґрунтовані для стаціонарних процесів, для оцінки кінетики масообміну в нестаціонарних умовах.

Інтенсивність перенесення маси залежить від гідродиманічних умов при взаємодії твердої частинки і потоку рідини (рисунок 1.7). При цьому на поверхні твердої частинки формується тонкий шар насиченого розчину, а швидкість перенесення маси визначається дифузією [153]. Величину коефіцієнта перенесення маси, як правило, визначається за критеріальними рівняннями, отриманими узагальненням експериментальних даних. Найчастіше, такі рівняння представляються у вигляді залежності критерію Шервуда –  $Sh$  (або дифузійний критерій Нуссельта [153]) від критеріїв Шмідта –  $Sc$ , критерію Рейнольдса –  $Re$ , а також інших критеріїв подібності.



**Рисунок 1.7 – Дифузійні та швидкісні шари на поверхні твердої частинки при масообміні з рідким середовищем [153]**

Такі залежності були отримані для різних геометричних систем, зокрема при розчиненні сферичної твердої частинки при ламінарному режимі критеріальне рівняння має вигляд [153]:

$$Sh = 0,99Sc^{0,33} Re^{0,33} \quad (1.7)$$

У випадку турбулентного обтікання потоком сферичної частинки може бути використане рівняння [153]:

$$Sh = Sc^{0,33} (0,51Re^{0,5} + 0,0224Re^{0,78}) \quad (1.8)$$

При вільному осадженні частинки сферичної форми в нерухомому шарі рідини може бути використане рівняння [154, 156]:

$$Sh = 0,94Re^{0,5} Sc^{0,33} \quad (1.9)$$

Рівняння (1.7) – (1.9) описують масообмін в необмеженому об'ємі рідкої фази, тому не можуть бути використані для опису масообміну в каналах рулонованих мембранних модулів. Для випадку масообміну в обмеженому просторі існують критеріальні рівняння для таких випадків як рух рідини в трубі та рух рідини крізь шар зернистого матеріалу.

При русі рідини в трубі процес масообміну може бути описаний рівнянням [153]:

$$Sh = 0,115 \cdot Re \cdot Sc^{0,25} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \quad (1.10)$$

де  $C_f$  – коефіцієнт тертя.

При русі рідини через нерухомий шар зернистого матеріалу, залежно від гідродинамічних умов, можуть бути використані критеріальні рівняння виду [155]:

$$Sh = 1,48Re^{0,48} Sc^{0,33} \quad (1.11)$$

$$Sh = 2 + 1,1Re^{0,6} Sc^{0,33} \quad (1.12)$$

Проте в цих випадках фізичні та геометричні умови відрізняються від умов в каналах рулонованих мембранних модулів, в яких, на відміну від розглядуваних випадків, промивний розчин рухається вздовж нерухомого

щару матеріалу. Тому актуальним є питання встановлення закономірностей масообміну при розчиненні у випадку руху рідини в каналах мембранних модулів в режимі промивання.

В роботі [153] відмічається, що існують випадки, коли швидкість перенесення маси з твердої фази в рідку лімітуються не дифузією, а швидкістю міжфазного переходу речовини в розчин, що є ускладнюючим фактором в моделі перенесення маси. Ускладнена кінетика згідно [153] описується у вигляді суми опорів:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_R} + \frac{1}{\beta} \quad (1.13)$$

де  $K$  – коефіцієнт перенесення маси, м/с;

$K_R$  – константа швидкості міжфазного процесу, м/с;

$\beta$  – коефіцієнт масовіддачі, м/с.

За стандартних умов швидкість перенесення маси в системі рідина–тверде тіло часто виявляється недостатньою для промислового застосування, тому процес потребує інтенсифікації, способи якої наведені в [153, 156–159]. До них належать подрібнення і диспергування твердої фази, використання стаціонарних силових полів (відцентрових, електричних, магнітних), нестаціонарних силових полів (низькочастотні механічні коливання і пульсації рідини, гармонічні коливання звукового та ультразвукового діапазону, імпульсні коливання, що викликані висковольтними електричними розрядами, магнітоімпульсними пристроями тощо), вибухові хвилі, вакуумування, кавітаційні явища, а також їх комбінації.

Інтесифікуюча дія гармонічних коливань згідно [153] може бути описана таким чином:

$$Sh = Sh_0 \left( 0,81 + 1,3 \frac{\omega A}{W} \right) \quad (1.14)$$

де  $Sh_0$  – значення критерію Шервуда за відсутності коливань;

$\omega$  – частота коливань, Гц;

$A$  – амплітуда коливань, м;

$W$  – швидкість руху розчинника, м/с.

Крім того, можливо поєднання методів, наприклад в системі з обертовим циліндром внаслідок дії ультразвуку масообмін може бути описаний рівнянням виду[157]:

$$K = 0,0791 \text{Re}^{-0,3} \text{Sc}^{-0,644} U (1 + a\varepsilon^b) \quad (1.15)$$

де  $U$  – швидкість обертання циліндра, м/с;

$\varepsilon$  – питома енергія дисипації, м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;

$a, b$  – параметри системи.

Однак при застосуванні такого методу інтенсифікації масообміну при видаленні осаду з поверхні мембран в рулонованих мембранних модулях зростає ризик пошкодження активного шару та втрати функціональних властивостей мембран.

При інтенсифікації масообміну в системі рідина – тверде тіло (рух рідини крізь нерухомий шар зернистого матеріалу) шляхом вакуумування отримано критеріальне рівняння виду [158]:

$$\frac{\text{Sh}}{\sqrt[3]{\text{Sc}}} = 10,2 + 0,395 \text{Re}^{0,64} + 5,05 \text{Re}^* \quad (1.16)$$

Інтенсифікацію процесів масообміну між рідкою фазою та зваженими твердими частинками із застосуванням кавітаційних явищ в роботі [159] запропоновано описувати рівнянням:

$$\bar{K} = 0,267(\varepsilon \cdot \nu)^{0,25} \cdot \text{Sc}^{-0,75} \quad (1.17)$$

де  $\varepsilon$  – дисипація енергії, Вт/дм<sup>3</sup>;

$\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості, м<sup>2</sup>/с.

Однак для інтенсифікації процесів вилучення осаду з поверхні мембран ці методи не застосовувалися.

При використанні хімічних реагентів процес може лімітуватися як кінетикою хімічного перетворення, так і швидкістю перенесення маси [153].

Отже, існуючі рівня для визначення коефіцієнтів перенесення маси не можуть бути застосовані для опису процесу масообміну при видаленні осадів,



утворених внаслідок концентраційної поляризації на поверхні мембран в рулонових мембранних модулів, тому встановлення закономірностей масообміну в таких системах є актуальною задачею. При виборі методу інтенсифікації масообміну в розглядуваних умовах необхідно вжити заходів щодо зменшення ризику пошкодження мембрани та втрати її функціональних властивостей.

### **Висновки до розділу:**

За результатами аналізу джерел науково-технічної літератури встановлено, що в сучасних умовах питання розвитку технологій очищення та підготовки води для побутових та промислових потреб стоїть надзвичайно гостро. Мембранні процеси підготовки води, зокрема зворотній осмос і нанофільтрація, мають ряд переваг порівняно з традиційними процесами.

Основними перешкодами на шляху повномасштабного впровадження мембранних технологій підготовки води є явища концентраційної поляризації та утворення осадів на поверхні мембрани, що погіршує техніко-економічні показники і може викликати передчасний вихід модуля з ладу. Особливо гостро ця проблема стоїть для рулонованих мембранних модулів.

Застосування методів попередньої підготовки сировини, модифікація мембран, використання антискейлантів дозволяють суттєво пом'якшити умови роботи та зменшити інтенсивність утворення осадів, однак періодичне проведення процесу регенерації залишається необхідним. Існуючі методи регенерації мембранних модулів в переважній більшості ґрунтуються на емпіричних даних.

Закономірності масообміну при вилученні осаду з поверхні мембрани залишаються не визначеними, методик прогнозування властивостей мембранних модулів після регенерації не виявлено. Методам інтенсифікації процесу масообміну при регенерації мембранних модулів приділялося не достатньо уваги.

## 2. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСООБМІНУ ПРИ ВИДАЛЕННІ ОСАДІВ З РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ

### 2.1 Обґрунтування базових принципів фізичної моделі роботи зворотноосмотичних та нанофільтраційних модулів

В даній роботі увага приділяється регенерації рулонованих зворотноосмотичних та нанофільтраційних мембранних модулів. Тому за основу для фізичної та математичної моделі приймаємо модель осмотичного тиску. Згідно даної моделі потік речовини через мембрану можна представити феноменологічним рівнянням виду [60, 160, 161],  $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ :

$$J = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu R_T} \quad (2.1)$$

де  $\Delta p$  – робочий перепад тиску, Па;

$\Delta \pi$  – різниця осмотичних тисків, Па;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;

$R_T$  – загальний опір перенесенню,  $\text{м}^{-1}$ .

Загальний опір перенесенню може бути представлений як сума чотирьох складових (рисунок 2.1),  $\text{м}^{-1}$  [60, 161]:

$$R_T = R_m + R_{cp} + R_c + R_p \quad (2.2)$$

де  $R_m$  – опір мембрани,  $\text{м}^{-1}$ ;

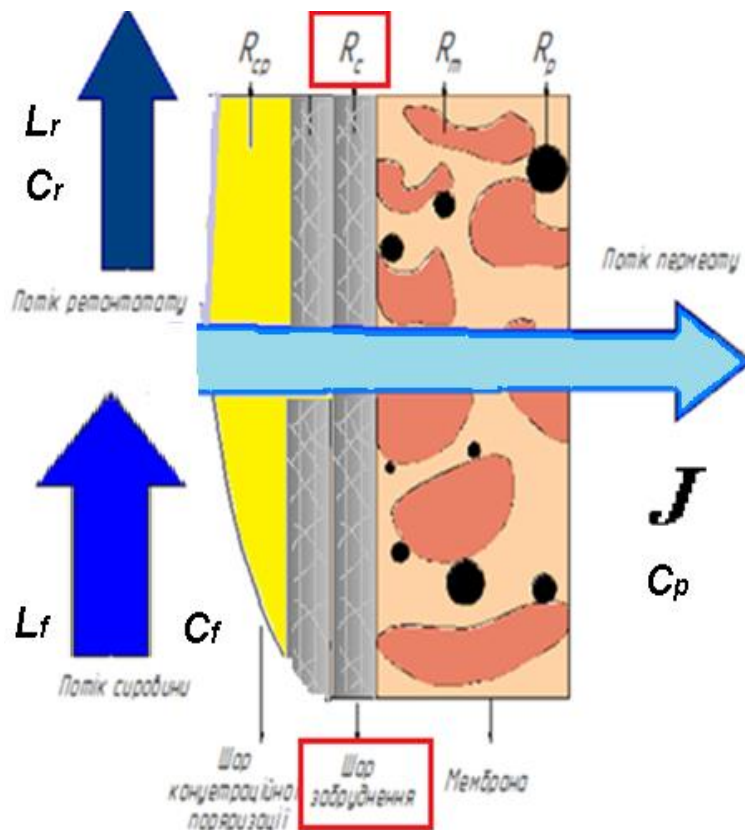
$R_{cp}$  – опір шару концентраційної поляризації,  $\text{м}^{-1}$ ;

$R_c$  – опір шару забруднень,  $\text{м}^{-1}$ ;

$R_p$  – опір заблокованих пор,  $\text{м}^{-1}$ .

В ідеальному випадку має опір мембрани, однак в реальних робочих умовах виникають інші складові загального опору. Як зазначено в [160] опір шару забруднень (шару осаду) дає одну з найбільших часток сумарного опір (30-60% загального опору). Крім того, через те, що розміри пор для зворотно

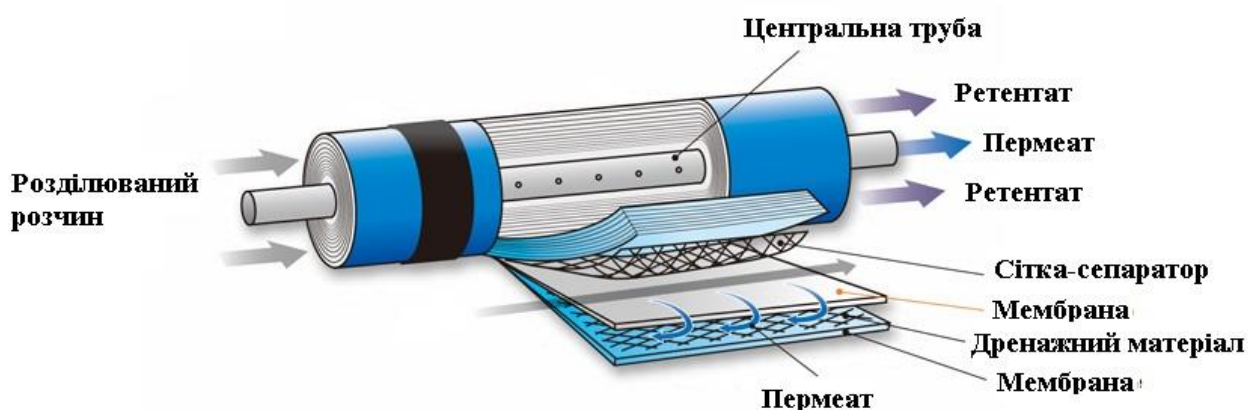
осмотичних та нанофільтраційних мембран не перевищують  $10^{-9}$  м, для них блокування пор не характерне [11]. Отже при регенерації мембран, зусилля будуть направлені на зменшення або, в ідеальному випадку повне усунення, опору шару забруднень.



**Рисунок 2.1 – Схема опорів перенесенню речовини через мембрану**

Враховуючи, що шар забруднень формується з компонентів початкового розчину, зокрема неорганічні осаді шляхом кристалізації пересиченого розчину в шарі концентраційної поляризації [11], то припускаємо, що шар осаду може бути розчинений. У випадку накопичення на поверхні мембран малорозчинних сполук, наприклад карбонатів кальцію та магнію або сульфату кальцію [64, 68], можливе використання хімічних реагентів, внаслідок реакції яких з речовинами шару осаду утворюються розчинні сполуки. Тому осад може бути виведений з модуля у вигляді розчину або, у випадку багатоконпонентного осаду, у вигляді колоїдної суспензії.

Рулоновані мембранні модулі (Spiral wound membrane modules) для зворотного осмосу і нанофільтрації набули найбільшого поширення в системах підготовки води через високу питому поверхню ( $300-1000 \text{ м}^2/\text{м}^3$  [43]), малу матеріалоемність, відносну простоту в експлуатації, [2, 11, 43], тому надалі будуть розглядатися модулі такої конструкції. В той же час видалення осадів утворених внаслідок концентраційної поляризації в них ускладнене, порівняно з плоскорамними та трубними модулями [11, 43]. Схема модуля представлена на рисунку 2.2 [43].



**Рисунок 2.2 – Схема рулонованого мембранного модуля [43]**

В робочих умовах, розділюваний розчин подається через торець в напірні канали рулонованого модуля, частина розчину проходить крізь мембрану, утворюючи пермеат, потрапляє в центральну трубу і відводиться з апарату. Інша частина розчину рухається вздовж мембрани і виводиться з іншого торця модуля, утворюючи ретентат. В процесі мембранного розділення концентрація розчинених речовин в пермеаті зменшується, а в ретентаті зростає. Канали мембранного модуля утворюються сіткою-сепаратора, яка знаходиться між витками рулону. Товщина сітки-сепаратора визначає висоту каналу, яка для побутових мембран становить 0,35 мм.

Зі схеми модуля (рисунок 2.2) видно, що рух промивного доцільно розчину забезпечувати по каналу сировина – ретантат. При цьому рух розчину буде відбуватися за тих самих гідродинамічних умов, що і у випадку робочого

процесу мембранного розділення. Основними перешкодами для зворотного промивання (подача промивного розчину в центральну трубу) є високий гідравлічний опір і можливість пошкодження активного шару мембрани.

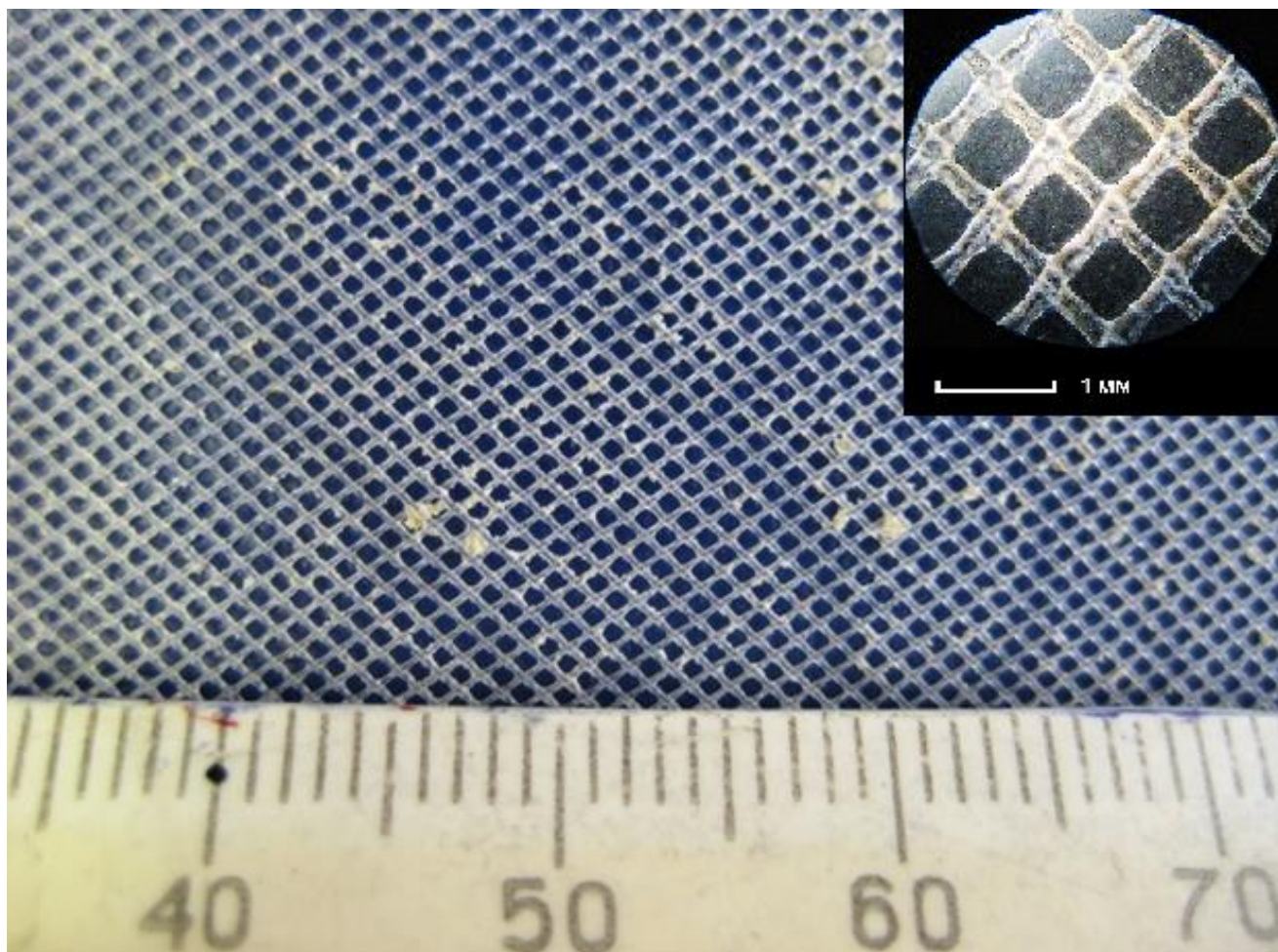
Для оцінки стану шару осаду, забруднений мембранний MICROFILTER TFC-75 модуль був розгорнутий. На рисунку 2.3 представлено фотографію шару забруднень на поверхні мембрани, а на рисунку 2.4 – фотографію сітки сепаратора даного модуля.

Аналіз візуальних характеристик забруднень показує, що осади на поверхні мембрани та сітки-сепаратора розподілені приблизно рівномірно. Допущення про рівномірність розподілення осаду поверхні мембрани дозволяє представити шар осаду як плівку, що повторює контур мембрани, тому при аналізі процесів перенесення маси, з достатньою для інженерних розрахунків точністю площу поверхні осаду можна прийняти рівною площі поверхні мембрани.



**Рисунок 2.3 – Шар забруднень на поверхні мембрани TFC-75**





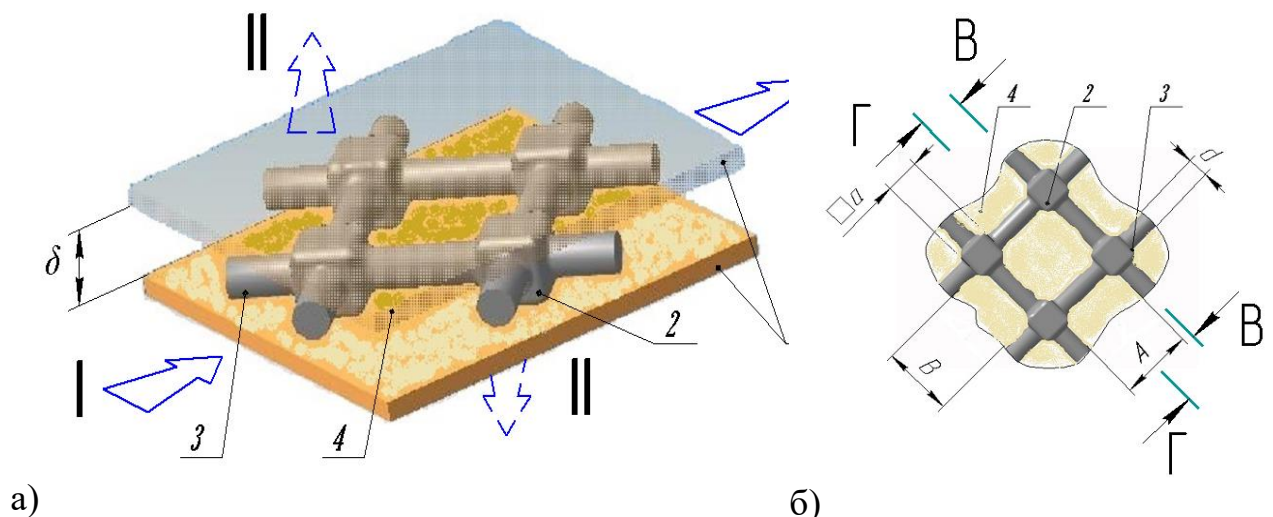
**Рисунок 2.4 – Сітка-сепаратор забрудненого рулонованого мембранного модуля TFC-75 (товщина стіки 0,35 мм)**

Для врахування відхилення від прийнятого допущення можна ввести поправковий коефіцієнт. Так само можливе введення поправкових коефіцієнтів для врахування взаємодії (електростатичної, адгезійної тощо) між мембраною та компонентами шару забруднень.

## **2.2. Фізична модель процесу регенерації забруднених рулонованих модулів**

Основний процес при регенерації мембран – вилучення маси, яке відбувається при контакті промивного розчину, що тече в каналі мембранного модуля, з твердою речовиною. Тип промивного розчину слід вибрати

залежно від природи утвореного шару осаду (наприклад відповідно до рекомендацій, наведених в таблиці 1.6). Процес вилучення осаду розглядається як дифузійно-контрольований, в якому маса переноситься від твердої фази (шару забруднень) до рідкої (ядро потоку промивного розчину) [162, 163]. Процес відбувається в мембранному каналі, який сформований двома робочими поверхнями витками рулону та сіткою сепаратором між ними, як показано на рисунку 2.5. Ширина каналу визначається розміром сітки-сепаратора, який не перевищує один міліметр. Сітка сепаратор сформована ланками діаметром  $d$ , які з'єднані у вузлах товщиною  $\delta$ . Ланки сітки-сепаратора утворюють чотирикутник зі сторонами  $A$  та  $B$ .

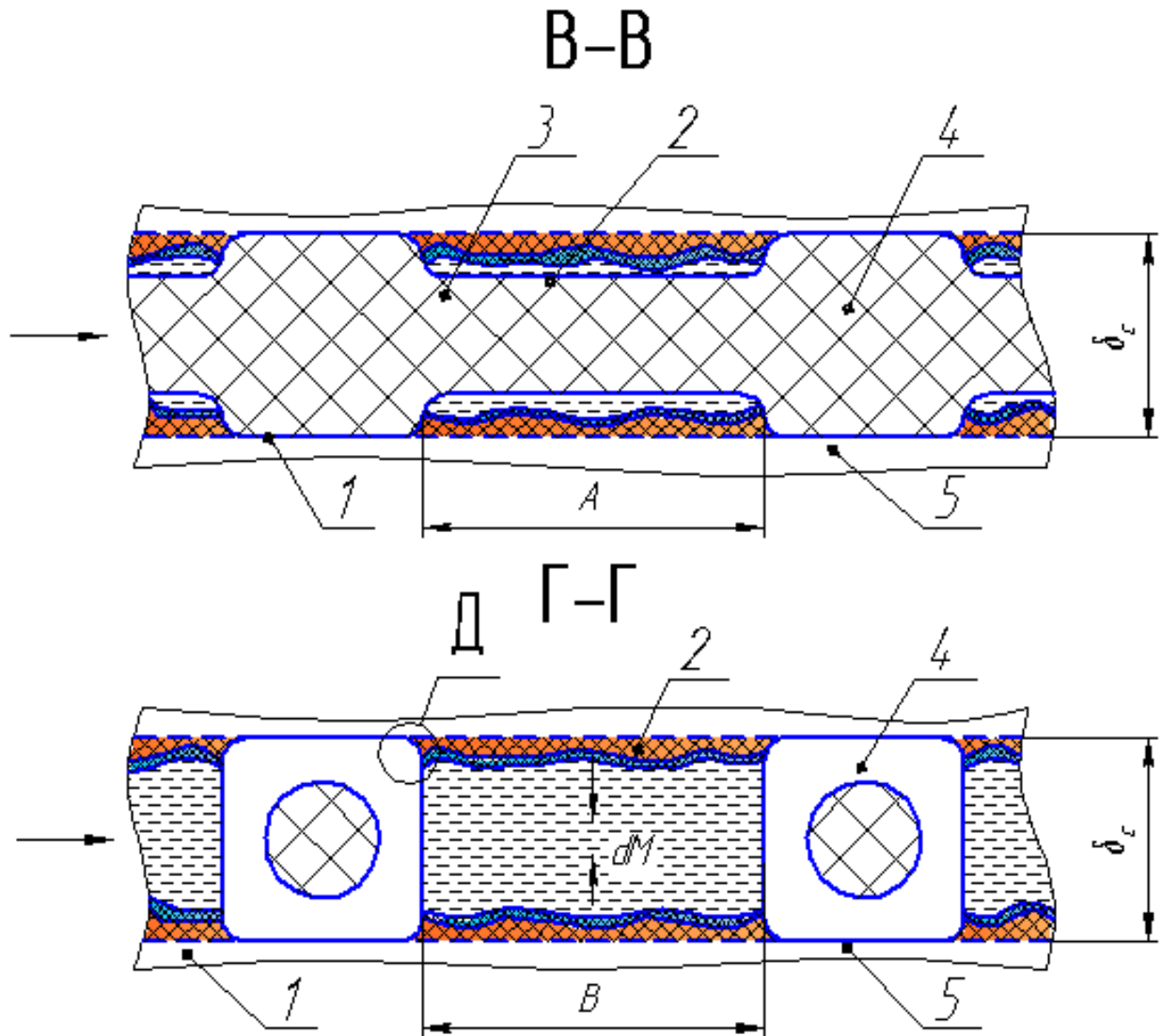


а) б)  
 1 – мембрана; 2 – вузол сітки-сепаратора ( $\delta = 0,35$  мм); 3 – ланки сітки сепаратора ( $d = 0,2$  мм); 4 – осад, утворений на поверхні мембрани;  
 I – потік розділюваного розчину; II – потік пермеату; III – потік ретентату  
**Рисунок 2.5 – Схема робочого каналу мембранного модуля (а) та комірка сітки-сепаратора (б) ( $A = B = 0,6$  мм,  $\square a = 0,35$  мм)**

В процесі вилучення осаду, промивний розчин подається в напірний канал мембранного модуля і рухається до вихідного торця. На початку процесу на поверхні твердої речовини формується дифузійний підшар, концентрація розчиненої речовини шару забруднень в якому дорівнює рівноважній. Якщо концентрація цієї речовини в промивному розчині менша

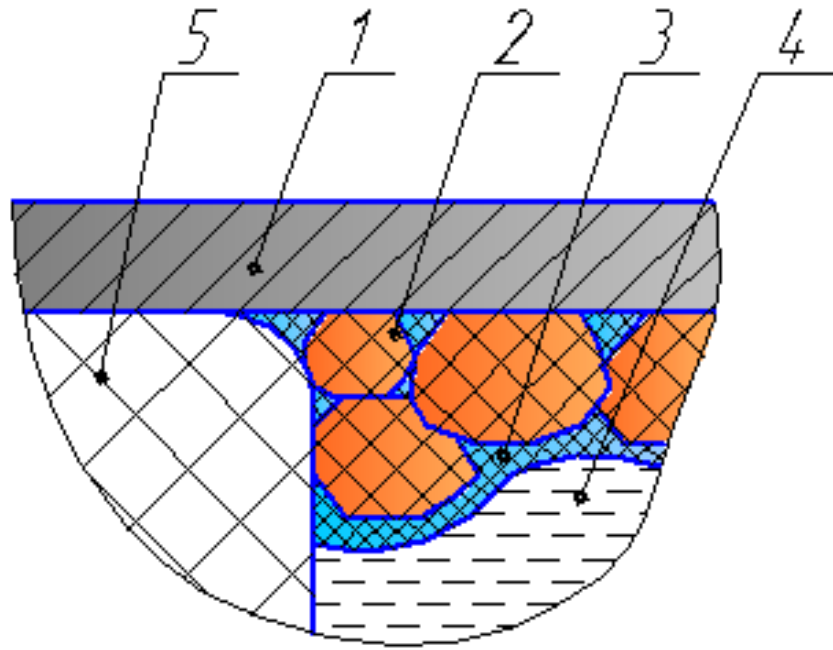
– відбувається перенесення маси з твердої фази в рідку як показано на рисунку 2.6 та рисунку 2.7 (виносний елемент Д на рисунку 2.6).

Основний опір перенесенню маси зосереджений в дифузійному підшарі. Промивний розчин зазвичай тече в ламінарному режимі, тому можливості гідродинамічної інтенсифікації обмежені.



**Рисунок 2.6 – Схема масообміну в каналі мембранного модуля в крайньому (В-В) та середньому перерізі (Г-Г)**

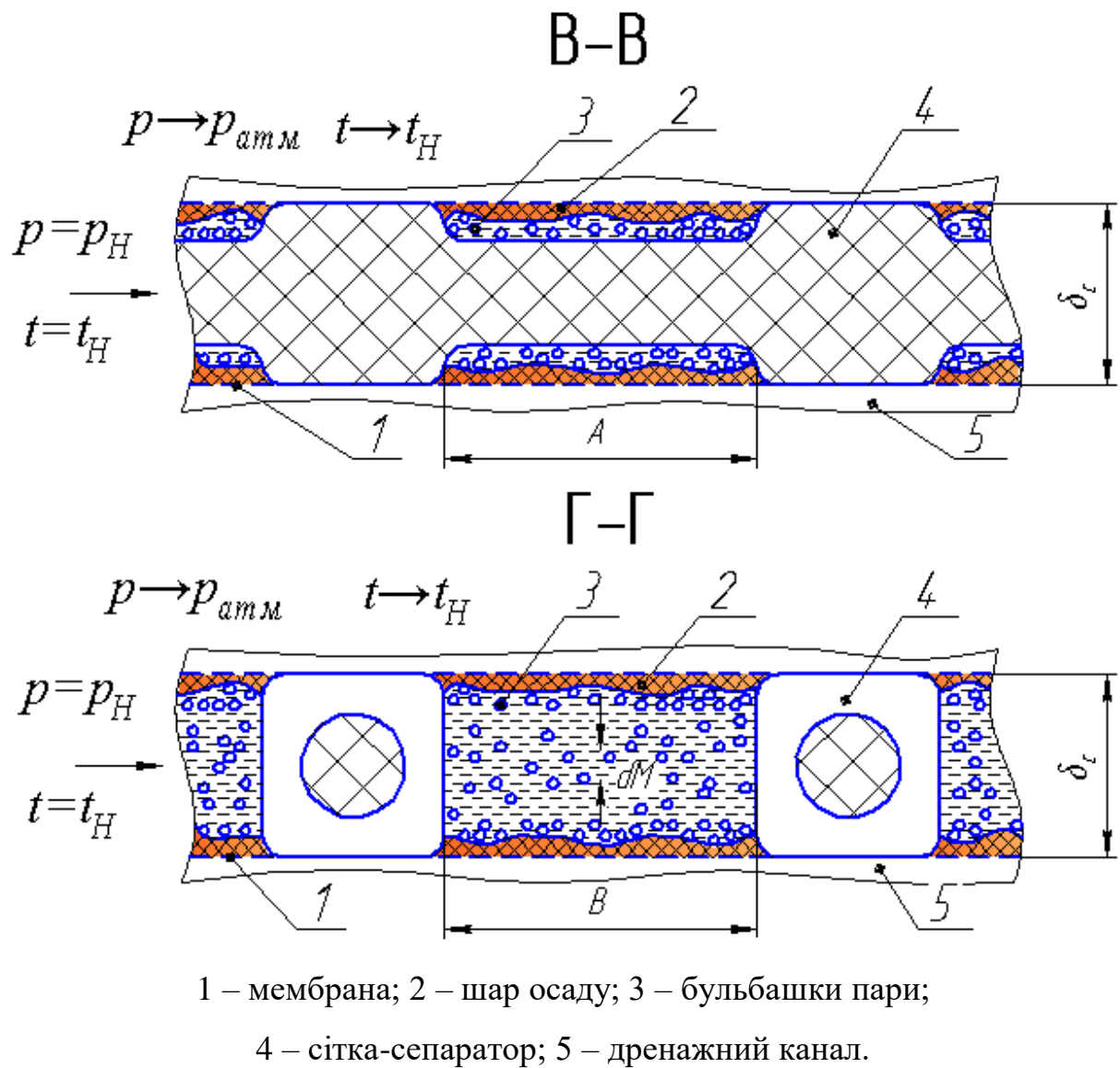




1 – мембрана, 2 – шар осаду, 3 – дифузійний підшар; 4 – ядро потоку промивного розчину; 5 – сітка-сепаратор

**Рисунок 2.7 – Схема масообміну на поверхні шару забруднень (виносний елемент Д на рисунку 2.6)**

Для зменшення опору дифузійного підшару було запропоновано використовувати явище температурної кавітації, яке реалізується при зниженні тиску, з температурою кипіння промивного розчину, яка не перевищує 45 °С. В цьому випадку в ядрі потоку та на поверхні осаду і сітки сепаратора утворюватимуться бульбашки пари, які при русі в потоці промивного розчину будуть стискуватися і руйнуватимуться. Формування та руйнування бульбашок пари обумовлюватиме інтенсивне перемішування в ядрі потоку промивного розчину та в дифузійному підшарі, а також колоїдне подрібнення кристалів осаду на поверхні твердої мембрани. Це забезпечить інтенсифікацію процесу масообміну та оновлення поверхні контакту фаз в стиснених умовах (рисунок 2.8). Осад видалятиметься з поверхні мембрани у вигляді колоїдного розчину.

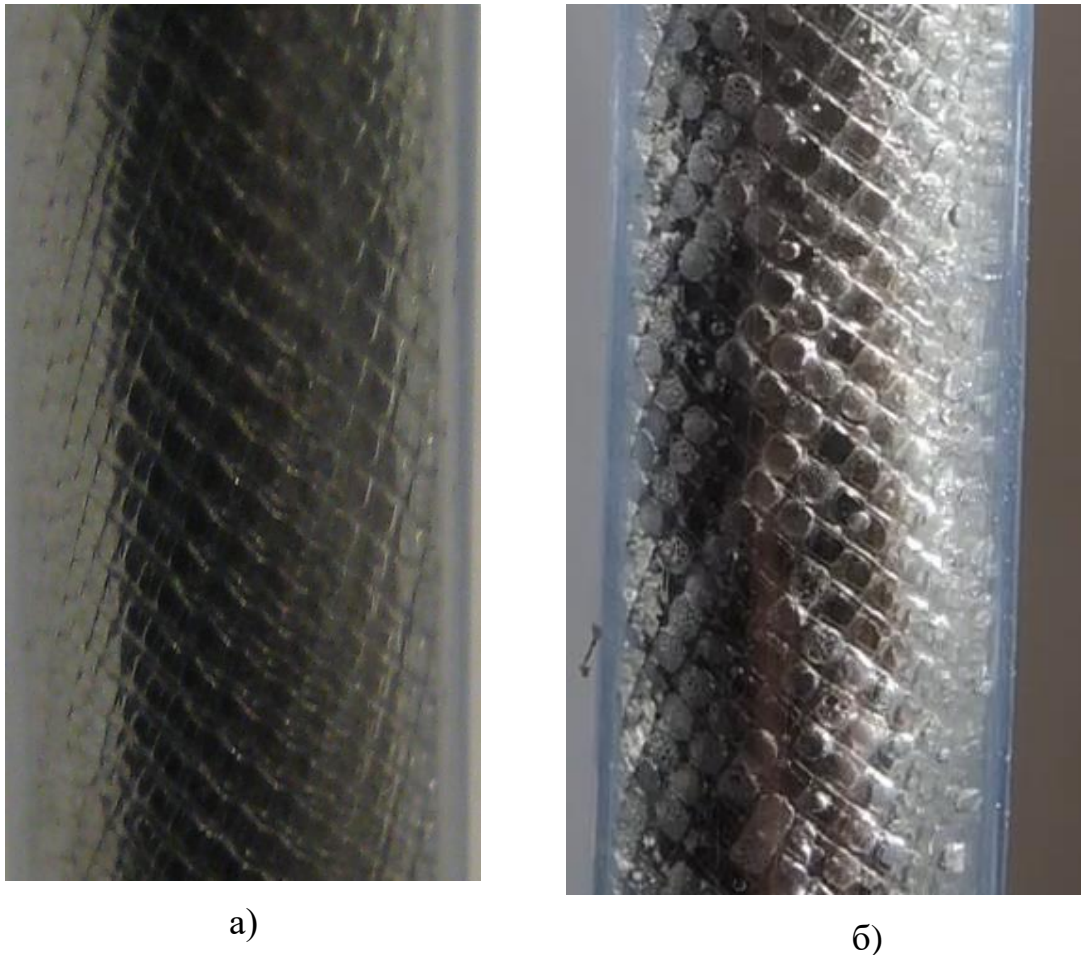


**Рисунок 2.8 – Схема масообміну при температурній кавітації в крайньому (В-В) і середньому (Г-Г) перерізі елементарної комірки сітки сепаратора мембранного модуля**

В умовах високої інтенсивності випаровування, бульбашки пари можуть створювати додатковий опір перенесенню маси. З метою усунення цього ефекту було запропоновано періодичне підвищення робочого тиску в ході регенерації.

Обґрунтованість таких припущень візуально перевірялася за допомогою модельного каналу мембранного модуля (рисунок 2.9, а). Модельний канал рулонованого модуля був утворений прозорою полімерною трубкою

(внутрішній діаметр 6 мм, товщина стінки 1,5 мм) та сталевим стрижнем (діаметром 5 мм). Між внутрішньою стінкою трубки встановлювалася сітка-сепаратор з мембранного модуля MICROFILTER TFC-75. Довжина стрижня відповідала довжині даного мембранного модуля (260 мм).

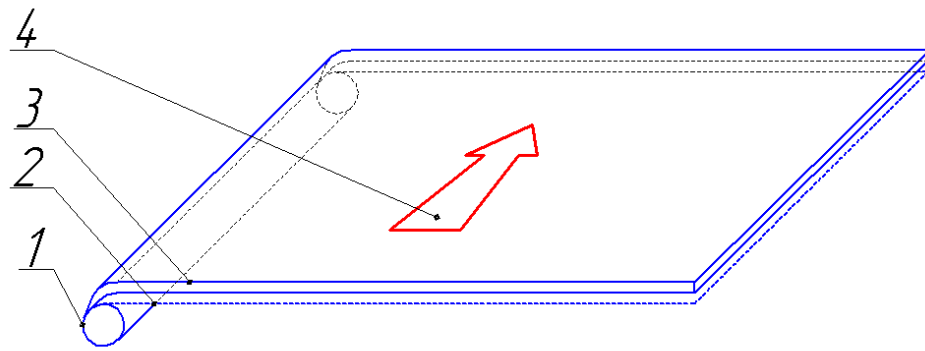


**Рисунок 2.9 – Рух рідини в модельному каналі рулонованого мембранного модуля: а) при  $p = 0,06$  МПа і  $t = 17$  °С; б) при температурній кавітації  $p = 0,02\text{--}0,03$  МПа і  $t = 45$  °С.**

При русі води в модельному каналі при температурі 40 °С за абсолютних тисків 0,005–0,009 МПа спостерігалось інтенсивне утворення бульбашок пари як на сітці сепараторі, так і на поверхні трубки та стрижня (рисунок 2.9, б). Температура промивного розвину визначалася умовами термічної стійкості мембран. При збільшенні абсолютного тиску чи зменшенні температури інтенсивність утворення бульбашок зменшується і при подальшій зміні цих параметрів у відповідних напрямках зникає. Отже, наведені результати

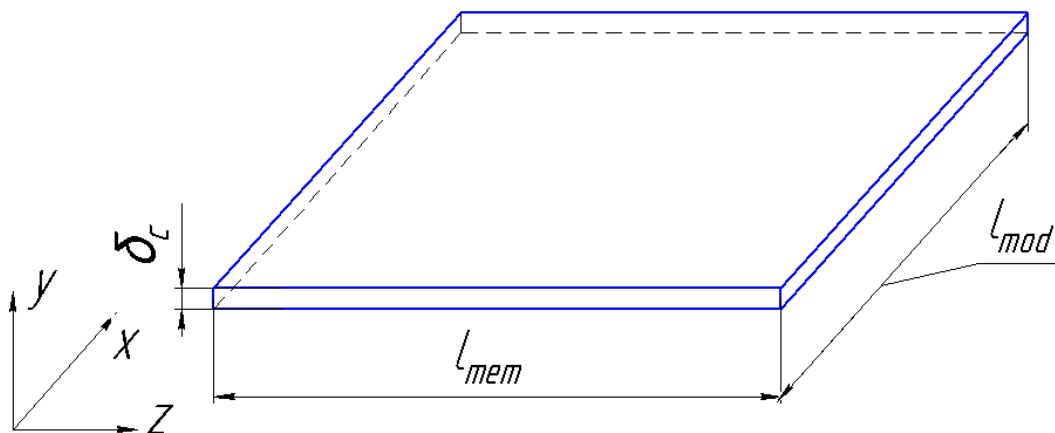
підтверджують положення фізичної моделі щодо інтенсифікації масообміну в стиснених умовах.

При розгляді течії рідини в каналах рулонованого модуля (при визначенні рівняння для розрахунку коефіцієнтів масовіддачі доцільно розглядати рух рідини як усталений та квазістаціонарний [153]), а рулонований мембранний модуль умовно розгорнемо в площину, як показано на рисунку 2.10. Це дозволяє досліджуваний геометричний простір представити у вигляді паралелепіпеда, як показано на рисунку 2.11 і для аналізу використовувати Декартову систему координат.



1 – центральна труба; 2 – сітка-сепаратор; 3 – пакет мембран;  
4 – напрямок руху промивного розчину.

**Рисунок 2.10 – Схема умовно розгорнутого в площину мембранного модуля**



**Рисунок 2.11 – Схема досліджуваного геометричного простору напірного каналу в Декартовій системі координат**

При цьому нижня і верхня грань паралелепіпеда представляє поверхню мембранного полотна, на якій знаходиться шар осаду.

Отже, для опису перенесення маси при температурній кавітації доцільно застосувати в якості характеристики інтенсивності масообміну коефіцієнт перенесення маси  $K$ , який враховує перенесення маси за рахунок дифузії та диспергування кристалів осаду внаслідок дії температурної кавітації.

## **2.3 Математична модель процесу видалення осаду, утвореного внаслідок концентраційної поляризації**

### **2.3.1 Оцінка ефективності процесу регенерації**

Як зазначалося в підрозділі 2.1, математична модель ґрунтується на моделі осмотичного тиску, і потік речовини через мембрану може бути описане рівнянням (2.1). Розглянемо випадок, коли в якості початкового розчину в мембранний модуль подається чистий розчинник (знесолена вода (загальний солевміст 5–15 мг/ дм<sup>3</sup>)). В такому випадку накопичення розчиненої речовини біля поверхні мембрани не відбувається, отже опір шару концентраційної поляризації можна не враховувати. З урахуванням фізичної моделі, сумарний опір можна представити у вигляді:

$$R_T = R_m + \alpha \cdot \delta \quad (2.3)$$

де  $\alpha$  – питомий опір шару осаду, м<sup>-2</sup>,

$\delta$  – товщина шару осаду, м.

У рахуванням цього, рівняння (2.1) можна переписати у вигляді, м<sup>3</sup>/(м<sup>2</sup>·с):

$$J = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu(R_m + \alpha \cdot \delta)} \quad (2.4)$$

При зменшенні потоку речовини через мембрану до критичного рівня (10-30% [102]) необхідно проводити процес регенерації. Для оцінки ефективності процесу регенерації запропоновано використовувати коефіцієнт

регенерації, який характеризує зростання продуктивності після регенерації відносно продуктивності забрудненої мембрани [163]:

$$\psi = \frac{J_{i+1} - J_i}{J_i} = \frac{J_{i+1}}{J_i} - 1 \quad (2.5)$$

де  $J_i$  – потік речовини через мембрану до регенерації,  $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;

$J_{i+1}$  – потік речовини через мембрану після регенерації,  $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ .

Припустимо, що при регенерації питомий опір шару осаду залишається незмінним, а зростання продуктивності визначається зменшенням товщини шару осаду. Тоді шляхом підстановки рівняння (2.4) в рівняння (2.5) можна отримати:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{(\Delta p_{i+1} + \Delta \pi_{i+1})}{\mu_{i+1}(R_m + \alpha \delta_{i+1})} \bigg/ \frac{(\Delta p_i + \Delta \pi_i)}{\mu_i(R_m + \alpha \delta_i)} - 1 = \\ &= \frac{(\Delta p_{i+1} + \Delta \pi_{i+1})}{\mu_{i+1}(R_m + \alpha \delta_{i+1})} \cdot \frac{\mu_i(R_m + \alpha \delta_i)}{(\Delta p_i + \Delta \pi_i)} - 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Якщо процес мембранного розділення протікає за однакових умов (проводиться розділення одного й того ж розчину за однакових температур, тисків тощо) рівняння (2.6) набуває вигляду:

$$\psi = \frac{R_m + \alpha \delta_i}{R_m + \alpha \delta_{i+1}} - 1 = \frac{R_m + \alpha \delta_i - R_m - \alpha \delta_{i+1}}{R_m + \alpha \delta_{i+1}} = \frac{\alpha(\delta_i - \delta_{i+1})}{R_m + \alpha \delta_{i+1}} \quad (2.7)$$

Остаточно:

$$\psi = \frac{\alpha(\delta_i - \delta_{i+1})}{R_m + \alpha \delta_{i+1}} \quad (2.8)$$

Для прогнозування продуктивності мембран необхідно знати опір мембрани, питомий опір шару осаду, та товщину шару осаду до і після регенерації.

Розглянемо  $\delta_{i+1}$  та  $\delta_i$ . Припустимо, що шар осалу рівномірно розподілений по поверхні мембрани. Тоді об'єм осаду можна представити у вигляді:

$$V_i = F \delta_i \quad (2.9)$$

Маса шару осаду може бути представлена:

$$m_i = \rho F \delta_i (1 - \varepsilon_0) \quad (2.10)$$

де  $\rho$  – густина шару осаду, кг/м<sup>3</sup>.

Маса шару забруднень після регенерації:

$$m_{i+1} = m_i - M \quad (2.11)$$

де  $M$  – маса вилучених з поверхні мембран речовин в результаті розчинення та диспергування осаду, кг.

Оскільки в процесі регенерації за розглядуваною методикою відбувалося вилучення шару осаду, маса вилучених речовин може описуватися основним рівнянням масовіддачі в інтегральній формі [164]:

$$M = K(C^p - C_1)F\tau \quad (2.12)$$

де  $K$  – коефіцієнт перенесення маси, м/с;

$C^p$  – рівноважна концентрація речовин, що розчиняються, кг/м<sup>3</sup>;

$C_1$  – середня концентрація речовин, що розчиняються, в промивній рідині, кг/м<sup>3</sup>;

$\tau$  – тривалість регенерації, с.

Підставивши рівняння (2.12) в рівняння (2.11) отримаємо:

$$m_{i+1} = m_i - K(C^p - C_1)F\tau \quad (2.13)$$

Виразимо товщину шару забруднень до  $i$  після регенерації:

$$\delta_i = \frac{m_i}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} \quad (2.14)$$

$$\delta_{i+1} = \frac{m_{i+1}}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} = \frac{m_i - K(C^p - C_1)F\tau}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} \quad (2.15)$$

Підставимо рівняння (2.14) та (2.15) в рівняння (2.8):

$$\psi = \frac{\alpha \left( \frac{m_i}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} - \frac{m_i - K(C^p - C_1)F\tau}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} \right)}{R_m + \alpha \left( \frac{m_i - K(C^p - C_1)F\tau}{\rho F (1 - \varepsilon_0)} \right)} \quad (2.16)$$

Після перетворень остаточно отримуємо:

$$\psi = \frac{\alpha K (C^p - C_1) F \tau}{R_m \rho F (1 - \varepsilon_0) + \alpha (m_i - K (C^p - C_1) F \tau)} \quad (2.17)$$

Отримане рівняння дозволяє прогнозувати продуктивність мембранного модуля після регенерації. Для цього необхідно знати, опір мембрани, характеристики осаду, рівноважну концентрацію розчиненої речовини та її середню концентрацію в промивному розчині, площу поверхні контакту фаз, коефіцієнт розчинення та час протікання процесу. Опір мембрани та характеристики осаду – густина та питомий опір – можуть бути визначені за даними експериментів, рівноважна концентрація та площа поверхні контакту фаз (прийнята рівною площі поверхні мембрани) – з довідкових даних. Для визначення тривалості процесу регенерації та коефіцієнтів масовіддачі необхідно розглянути відповідні моделі процесів.

### 2.3.2 Математична модель процесу видалення осаду

Час повного видалення утвореної маси твердої речовини можна визначити при умові:

$$M_{\Pi} - M = 0 \quad (2.18)$$

де  $M_{\Pi}$  – початкова маса осаду, кг;

$M$  – маса розчиненого осаду, кг.

Маса видаленого осаду може бути визначена з кінетичного рівняння, яке в диференційній формі має вигляд [153, 164]:

$$dM = K (C^p - C_1) F d\tau \quad (2.19)$$

$d\tau$  – тривалість процесу вилучення осаду, с;

$K$  – коефіцієнт перенесення маси, м/с;

$C^p$  – рівноважна концентрація розчинених речовин осаду в розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_1$  – середня концентрація розчинених речовин осаду в розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$F$  – площа поверхні осаду (приймається рівною площі поверхні мембрани), м<sup>2</sup>.

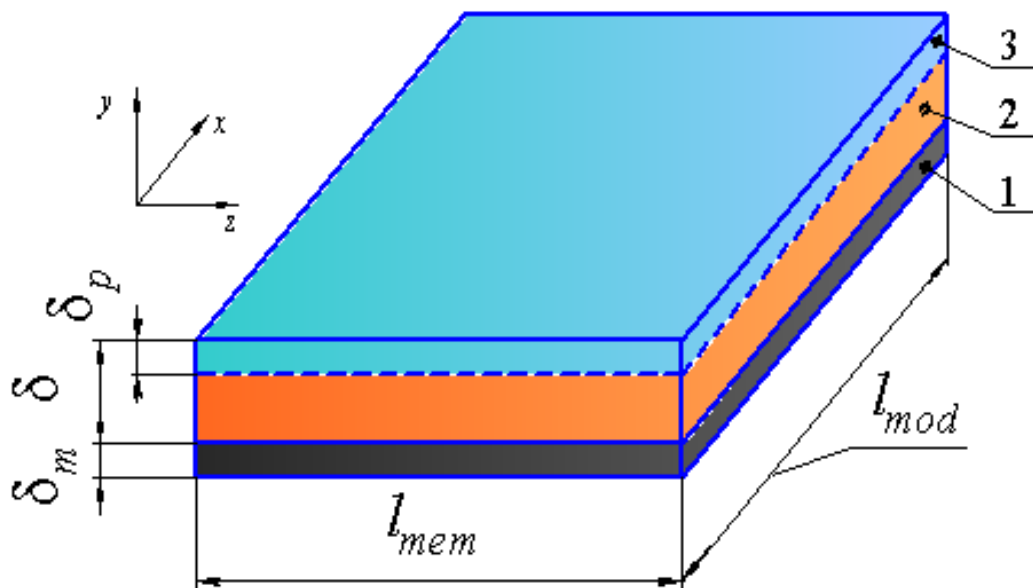


Відповідно до прийнятої фізичної моделі, розглядаємо шар осаду, товщиною  $\delta_c$ , який рівномірно розподілений на поверхні мембрани, товщиною  $\delta_m$  (рисунок 2.12). Враховуючи, що розміри мембранного полотна постійні і площа поверхні мембран в модулі з урахуванням двосторонності мембранного елемента буде постійна і дорівнювати  $F = 2 \cdot l_{mem} \cdot l_{mod}$ . В процесі видалення осаду його маса зменшується, відповідно зменшується і товщина шару осаду на величину  $\delta_p$  як показано на рисунку 2.12. В такому випадку масу видаленої речовини шару осаду можна представити у вигляді:

$$M = \rho \cdot F \cdot \delta_p (1 - \varepsilon_0) \quad (2.20)$$

де  $\rho$  – густина матеріалу осаду,  $\text{кг/м}^3$ ;

$\varepsilon_0$  – відносний об'єм порожнин в шарі осаду.



1 – мембрана; 2 – шар осаду; 3 – шар осаду, що вилучається

**Рисунок 2.12 – Схема зміни товщини шару осаду при вилученні осаду**

З урахуванням цього рівняння (2.19) може бути записане у вигляді:

$$\frac{d(\rho \cdot F \cdot \delta_p (1 - \varepsilon_0))}{d\tau} = \frac{F \cdot \rho (1 - \varepsilon_0) d\delta_p}{d\tau} = K(C^p - C_1)F, \quad (2.21)$$

або

$$\frac{d\delta_p}{d\tau} = \frac{K}{\rho \cdot (1 - \varepsilon_0)} (C^p - C_1), \quad (2.22)$$

Середня концентрація в промивному розчині змінюється в ході процесу видалення осаду, і ця зміна може бути описана рівнянням робочої лінії процесу, отриманого на основі матеріального балансу. Маса твердої речовини, що переходить в розчин за проміжок часу  $\Delta\tau$  становить:

$$M = V(C_1 - C_0) \quad (2.23)$$

$V$  – загальний об'єм промивного розчину,  $\text{м}^3$ ;

$C_0$  – початкова концентрація розчиненої речовини в промивному розчині,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

З урахуванням рівняння (2.20) вираз (2.23) можна переписати у вигляді:

$$\rho \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot F \cdot \delta_p = V(C_1 - C_0) \quad (2.24)$$

Виразивши з рівняння (2.24) величину  $C_1$ , отримаємо:

$$C_1 = C_0 + \frac{\rho \cdot F \cdot \delta_p \cdot (1 - \varepsilon_0)}{V} \quad (2.25)$$

Підставивши (2.25) в (2.22), отримаємо:

$$\frac{d\delta_p}{d\tau} = \frac{K}{\rho \cdot (1 - \varepsilon_0)} \left( C^p - C_0 - \frac{\rho \cdot F \cdot \delta_p \cdot (1 - \varepsilon_0)}{V} \right), \quad (2.26)$$

Для розв'язання рівняння (2.26) сформулюємо початкові умови:

$$\delta_p = 0 \text{ при } \tau = 0. \quad (2.27)$$

Рівняння (2.26) за граничних умов (2.27) може бути розв'язане числовими методами, що дозволить визначити час зменшення заданої товщини шару осаду.

Враховуючи, що згідно фізичної моделі процес проводиться за умов, близьких до ізотермічних. В такому разі згідно рівняння (2.19) товщина розчиненого шару осаду і маса розчиненого зв'язана через постійний множник  $\rho \cdot F \cdot (1 - \varepsilon_0)$ . Отже процес розчинення може бути виражений також і через масу розчиненого матеріалу. В такому разі матеріальний баланс можна представити у вигляді:

$$M = M_{\Pi} - (M_{\Pi} - M) = V(C_1 - C_0) \quad (2.28)$$

Розв'язавши рівняння (2.28) відносно  $C_1$  отримаємо:

$$C_1 = C_0 + \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - M}{M_{\Pi}} \right) \quad (2.29)$$

Підставивши рівняння (2.29) в рівняння (2.19) знайдемо остаточний вигляд кінетичного рівняння:

$$dM = K \left( C^p - C_0 - \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - M}{M_{\Pi}} \right) \right) F d\tau \quad (2.30)$$

Оскільки, в початковий момент часу, процес розчинення ще не розпочався, маса розчиненого матеріалу дорівнює нулю. Тому початкові умови мають вигляд:

$$M = 0 \text{ при } \tau = 0. \quad (2.31)$$

Як і у випадку рівняння (2.26), розв'язання рівняння (2.30) за граничних умов (2.31) дозволяє визначати час розчинення заданої маси осаду. В обох випадках для цього необхідно знати значення коефіцієнта перенесення маси  $K$ , величина якого залежить від фізичних (в першу чергу гідродинамічних) умов протікання процесу, геометричних характеристик системи, тощо. Існуючі в джерелах літератури рівняння для розрахунку коефіцієнта розчинення не можуть бути використані через відмінність механізму, фізичних та геометричних умов, порівняно з фізичною моделлю, що пропонується.

### **2.3.3 Математична модель масообміну при русі рідини в каналах рулонованого мембранного модуля у випадку вилучення осаду**

Для визначення рівняння, яке дозволить розраховувати коефіцієнти перенесення маси при русі промивного розчину в каналах рулонованого модуля приймемо такі допущення: процес перенесення маси розглянемо як квазістаціонарний процес[153], а мембранний модуль розглядався умовно розгорнутим в площину (рисунок 2.10).

Процес течії та масовіддачі в такій системі, може бути описаний рівнянням збереження у вигляді [165-167]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + W_x \frac{\partial C}{\partial x} + W_y \frac{\partial C}{\partial y} + W_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) - C \cdot \text{div} W + q_v \quad (2.32)$$

Рівняння (2.17) містить невідомі компоненти швидкості, які можуть бути визначені з системи рівнянь Нав'є-Стокса [165-167]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_x}{\partial t} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial W_y}{\partial t} + W_x \frac{\partial W_y}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_y}{\partial z} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial W_z}{\partial t} + W_x \frac{\partial W_z}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_z}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Також необхідно врахувати рівняння нерозривності [165-167]:

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0 \quad (2.34)$$

Система рівнянь (2.32) – (2.34) описує течію і масообмін в каналах рулонованого мембранного модуля. В силу своєї складності, вона не може бути розв'язана в загальному випадку і потребує спрощень. Для цього проаналізуємо вплив компонентів рівнянь на процес. Оскільки довжина мембранного пакету  $l_{mem}$  в тричі більша за довжину мембранного модуля  $l_{mod}$  та більша за ширину мембранного каналу (товщину сітки-сепаратора) на чотири порядки, можна припустити, що швидкість  $W_z$  нехтовно мала, порівняно з іншими компонентами. Також з цієї причини можна знехтувати зміною параметрів по осі  $z$  (рисунок 2.11). В прийнятих робочих умовах внутрішні джерела відсутні, тому їх не враховуємо. Гравітаційна складова вважається нехтовно малою, порівняно з силами тиску.

Розглядаючи усталену течію для квазістаціонарного процесу, систему рівнянь (2.32) – (2.34) після спрощень можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
W_x \frac{\partial C}{\partial x} + W_y \frac{\partial C}{\partial y} &= D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \\
W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right) \\
W_x \frac{\partial W_y}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} \right) \\
\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} &= 0
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Щоб отримати однозначний розв'язок системи рівнянь (2.35) необхідно сформулювати граничні умови.

Враховуючи явище адгезії на поверхні стінок каналів при русі в них рідини [163], швидкості на гранях паралелепіпеда будуть дорівнювати нулю. На вході в мембранний канал профіль швидкості ще не сформувався і компоненти  $W_x$  та  $W_y$  будуть однакові і дорівнювати відношенню об'ємної витрати промивного розчину до площі поперечного перерізу. На вході в канал мембранного модуля масообмін не відбувається, тому концентрацію в цьому випадку можна прийняти рівною початковій в промивному розчині. На поверхні контакту фаз концентрація змінна, тому для опису процесу слід використовувати граничні умови тертого роду [162]. Звідси випливає, що граничні умови можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} C = C_o \text{ при } x = 0 \\ -D \frac{\partial C}{\partial y} = K(C^p - C) \text{ при } y = 0 \text{ та } y = \delta_c \\ W_x = W_y = W_0 \text{ при } x = 0 \\ W_x = W_y = 0 \text{ при } y = 0 \text{ та } y = \delta_c \end{cases} \tag{2.36}$$

Система рівнянь (2.35) з граничними умовами (2.36) описує масообмін та гідродинаміку при течії рідини в каналі мембранного модуля. Незважаючи на спрощення запропонована модель залишається складною для розв'язання аналітичними та числовими методами. Тому для знаходження розв'язку скористаємося методом теорії подібності, що дозволить отримати структуру

критеріального рівняння для розрахунку коефіцієнтів розчинення [165, 167]. Знаходження коефіцієнтів критеріального рівняння необхідно проводити експериментальним шляхом.

### 2.3.4 Визначення коефіцієнтів перенесення маси

Для розв'язку системи рівнянь (2.35) за граничних умов (2.36) необхідно привести їх до безрозмірного вигляду. Для цього була використана методика, що наведена в роботі [165].

Для початку розглянемо рівняння, яке описує течію рідини в каналі рулонованого мембранного модуля в напрямку осі  $Ox$ , як показано на рисунку 2.11 (друге рівняння в системі (2.35)):

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right) \quad (2.37)$$

Введемо безрозмірні змінні:

Безрозмірну швидкість вздовж осі  $Ox$ :

$$W_x^* = \frac{W_x}{W} \quad (2.38)$$

де  $W$  – визначальна (середня) швидкість течії рідини в каналах рулонованого модуля, м/с.

Безрозмірну швидкість вздовж осі  $Oy$ :

$$W_y^* = \frac{W_y}{W} \quad (2.39)$$

Безрозмірний тиск:

$$p^* = \frac{p}{\Delta p} \quad (2.40)$$

де  $\Delta p$  – перепад тиску по довжині напірного каналу рулонованого мембранного модуля.

Безрозмірні координати (для спрощення записів координат позначимо довжину модуля  $L$ , тобто  $L = l_{mod}$  (дивись рисунок 2.11)):

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (2.41)$$

де  $L$  – довжина мембранного модуля, м.

$$y^* = \frac{y}{d_e} \quad (2.42)$$

де  $d_e$  – еквівалентний (гідравлічний) діаметр, м.

Для досліджуваних мембранних модулів довжина модуля становить 0,26 м.

Еквівалентний діаметр визначається за формулою [166]:

$$d_e = \frac{4S}{\Pi}, \quad (2.43)$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу каналу мембранного модуля, м<sup>2</sup>;

$\Pi$  – змочений периметр каналу, м.

З урахуванням геометрії каналу (рисунок 2.11) площа поперечного перерізу визначатиметься  $S = \delta_c \cdot L$ , а змочений периметр  $\Pi = 2 \cdot (\delta_c + L)$ . Тоді вираз (2.43) можна переписати:

$$d_e = \frac{4\delta_c L}{2(\delta_c + L)} = \frac{2\delta_c L}{(\delta_c + L)}, \quad (2.44)$$

Враховуючи, що розмір сітки-сепаратора для розглядуваного типу мембран становить  $\delta_c = 0,35 \cdot 10^{-3}$  м, тобто на чотири порядки менше за  $L$  можна записати:

$$d_e = \frac{2\delta_c L}{(\delta_c + L)} = \frac{2\delta_c L}{L} = 2\delta_c, \quad (2.45)$$

Отримане значення еквівалентного діаметру в подальшому використовуватимемо як визначальний розмір в критеріях подібності (в тому числі і геометричних симплексах).

Підставимо отримані безрозмірні змінні (2.38) – (2.42) в рівняння (2.37):

$$\frac{W^2}{L} \frac{W_x}{W} \frac{\partial \left( \frac{W_x}{W} \right)}{\partial \left( \frac{x}{L} \right)} + \frac{W^2}{d_e} \frac{W_y}{W} \frac{\partial \left( \frac{W_x}{W} \right)}{\partial \left( \frac{y}{d_e} \right)} = - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{L} \frac{d \left( \frac{p}{\Delta p} \right)}{d \left( \frac{x}{L} \right)} + \nu \frac{W}{L^2} \frac{\partial^2 \left( \frac{W_x}{W} \right)}{\partial \left( \frac{x}{L} \right)^2} + \nu \frac{W}{d_e^2} \frac{\partial^2 \left( \frac{W_x}{W} \right)}{\partial \left( \frac{y}{d_e} \right)^2} \quad (2.46)$$

або

$$\frac{W^2}{L} W_x^* \frac{\partial W_x^*}{\partial x^*} + \frac{W^2}{d_e} W_y^* \frac{\partial W_x^*}{\partial y^*} = - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{L} \frac{dp^*}{dx^*} + \nu \frac{W}{L^2} \frac{\partial^2 W_x^*}{\partial (x^*)^2} + \nu \frac{W}{d_e^2} \frac{\partial^2 W_x^*}{\partial (y^*)^2} \quad (2.47)$$

В рівнянні (2.47) всі величини «з зірочками» є безрозмірними, решта мають розмірність. Для перетворення цих величин на безрозмірні комплекси поділимо всі доданки в рівнянні (2.47) на величину  $\frac{W^2}{L}$ . Отримаємо:

$$W_x^* \frac{\partial W_x^*}{\partial x^*} + \frac{L}{d_e} W_y^* \frac{\partial W_x^*}{\partial y^*} = - \frac{1}{\rho W^2} \frac{\Delta p}{L} \frac{dp^*}{dx^*} + \frac{\nu}{WL} \frac{\partial^2 W_x^*}{\partial (x^*)^2} + \frac{\nu}{W d_e} \frac{L}{d_e} \frac{\partial^2 W_x^*}{\partial (y^*)^2} \quad (2.48)$$

В результаті цих перетворень отримані такі безрозмірні комплекси:

$$\frac{WL}{\nu}, \quad (2.49)$$

$$\frac{W d_e}{\nu}, \quad (2.50)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho W^2}, \quad (2.51)$$

а також геометричний симплекс  $\frac{d_e}{L}$ .

Вирази (2.49) та (2.50) відповідають виду критерію Рейнольдса [165], однак відрізняються лінійним розміром. Оскільки в якості визначального розміру був прийнятий еквівалентний діаметр, то помножимо і поділимо вираз (2.49) на  $d_e$ . Отримаємо  $\frac{WL}{\nu} \cdot \frac{d_e}{d_e} = \frac{W d_e}{\nu} \cdot \frac{L}{d_e}$ . Тоді вираз для Критерію

Рейнольдса матиме вигляд:

$$\text{Re} = \frac{W d_e}{\nu}. \quad (2.52)$$



Вираз (2.51) відповідає критерію Ейлера [165]:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho W^2}. \quad (2.53)$$

Аналогічними перетвореннями такі ж безрозмірні комплекси можна отримати з третього рівняння в системі (2.35).

Розглянемо перше рівняння в системі (2.35):

$$W_x \frac{\partial C}{\partial x} + W_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right). \quad (2.54)$$

До введених раніше безрозмірних змінних додамо безрозмірну концентрацію:

$$C^* = \frac{C}{\Delta C}. \quad (2.55)$$

де  $\Delta C$  – зміна концентрації по довжині каналу,  $\text{кг/м}^3$ .

$$\Delta C = C_K - C_{\Pi},$$

$C_{\Pi}$  – концентрація розчинених речовин в промивному розчині на вході в канал,  $\text{кг/м}^3$ ;

$C_K$  – концентрація розчинених речовин в промивному розчині на вході з каналу,  $\text{кг/м}^3$ .

Підставимо безрозмірні змінні в рівняння (2.54). Отримаємо:

$$\frac{W \Delta C}{L} \frac{W_x}{W} \frac{\partial \left( \frac{C}{\Delta C} \right)}{\partial \left( \frac{x}{L} \right)} + \frac{W \Delta C}{d_e} \frac{W_y}{W} \frac{\partial \left( \frac{C}{\Delta C} \right)}{\partial \left( \frac{y}{d_e} \right)} = D \frac{\Delta C}{L^2} \frac{\partial^2 \left( \frac{C}{\Delta C} \right)}{\partial \left( \frac{x}{L} \right)^2} + D \frac{\Delta C}{d_e^2} \frac{\partial^2 \left( \frac{C}{\Delta C} \right)}{\partial \left( \frac{y}{d_e} \right)^2}. \quad (2.56)$$

або

$$\frac{W \Delta C}{L} W_x^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + \frac{W \Delta C}{d_e} W_y^* \frac{\partial C^*}{\partial (y^*)} = D \frac{\Delta C}{L^2} \frac{\partial^2 C^*}{\partial (x^*)^2} + D \frac{\Delta C}{d_e^2} \frac{\partial^2 C^*}{\partial (y^*)^2}. \quad (2.57)$$

Як і в рівнянні (2.47), в рівнянні (2.52) всі величини «з зірочками» є безрозмірними, решта мають розмірність. Для перетворення цих величин на

безрозмірні комплекси поділимо всі доданки в рівнянні (2.57) на величину  $\frac{W\Delta C}{L}$ . Отримаємо:

$$W_x^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + \frac{L}{d_e} W_y^* \frac{\partial C^*}{\partial (y^*)} = \frac{D}{WL} \frac{\partial^2 C^*}{\partial (x^*)^2} + \frac{DL}{Wd_e^2} \frac{\partial^2 C^*}{\partial (y^*)^2}. \quad (2.58)$$

Окрім раніше визначених безрозмірних величин, в рівняння (2.58) входять безрозмірний  $\frac{W\delta_c}{D}$ , який відповідають дифузійному критерію Пекле [165]:

$$\text{Pe} = \frac{Wd_e}{D}. \quad (2.59)$$

Насамкінець розглянемо граничні умови третього роду:

$$-D \frac{\partial C}{\partial y} = K(C_s - C). \quad (2.60)$$

Підставимо в рівняння (2.60) вище наведені безрозмірні змінні і виконаємо аналогічні перетворення. Отримаємо:

$$-D \frac{\Delta C}{d_e} \frac{\partial \left( \frac{C}{\Delta C} \right)}{\partial \left( \frac{y}{d_e} \right)} = K\Delta C \left( \frac{C^p}{\Delta C} - \frac{C}{\Delta C} \right). \quad (2.61)$$

$$-D \frac{\Delta C}{d_e} \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = K\Delta C \left( \frac{C^p}{\Delta C} - C^* \right). \quad (2.62)$$

$$-\frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{Kd_e}{D} \left( \frac{C^p}{\Delta C} - C^* \right). \quad (2.63)$$

Комплекс  $\frac{Kd_e}{D}$  відповідає критерію Шервуда [161, 162]:

$$\text{Sh} = \frac{K\delta_c}{D}. \quad (2.64)$$

Отже, приведення системи рівнянь (2.35) та граничних умов (2.36) показує, що дана система може бути замінена критеріальним рівнянням, яке зв'язує між собою критерії Рейнольдса, Ейлера, Пекле та Шервуда, а також

геометричний симплекс  $\frac{d_e}{L}$ , який враховує геометричні особливості напірного каналу, виду:

$$f\left(\text{Re}, \text{Eu}, \text{Pe}, \text{Sh}, \frac{d_e}{L}\right) = 0 \quad (2.65)$$

Шуканою величиною є коефіцієнт перенесення маси  $K$ , який входить до визначуваного критерію Шервуда  $\text{Sh} = \frac{K\delta_c}{D}$ , який функціонально залежить від інших величин, що входять в рівняння (2.65):

$$\text{Sh} = f\left(\text{Re}, \text{Eu}, \text{Pe}, \frac{d_e}{L}\right) \quad (2.66)$$

В роботі [167] показано критерій Ейлера є функцією від критерію Рейнольдса:

$$\text{Eu} = A\text{Re}^m \quad (2.67)$$

Тому критерій Ейлера можна вилучити:

$$\text{Sh} = f\left(\text{Re}, \text{Pe}, \frac{d_e}{L}\right) \quad (2.68)$$

Розглянемо критерій Пекле і відповідно до теорії подібності [165] переставимо його у вигляді добутку величин:

$$\text{Pe} = \frac{Wd_e}{D} = \frac{Wd_e}{D} \cdot \frac{v}{v} = \frac{Wd_e}{v} \cdot \frac{v}{D} \quad (2.69)$$

Перший множник являє собою критерій Рейнольдса відповідно до рівняння (2.52), другий – критерій Шмідта [165]:

$$\text{Sc} = \frac{v}{D} \quad (2.70)$$

Тому критерій Пекле доцільно замінити на критерій Шмідта, який легше визначити. Тоді рівняння (2.68) запишеться:

$$\text{Sh} = f\left(\text{Re}, \text{Sc}, \frac{d_e}{L}\right) \quad (2.71)$$

Найбільш доцільним виглядом критеріальної залежності є степенева функція виду [162]:

$$\text{Sh} = A \text{Re}^n \text{Sc}^m \left( \frac{d_e}{L} \right)^p \quad (2.72)$$

Рівняння (2.57) є розв'язком системи рівнянь (2.20) за граничних умов (2.21) і дозволяє визначати коефіцієнт перенесення маси, які необхідний для розв'язання математичної моделі процесу. Коефіцієнт  $A$  та показники степенів  $n$ ,  $m$  та  $p$  необхідно визначити при узагальненні результатів експериментальних досліджень масообміну при видаленні осаду.

### **Висновки до розділу:**

Для інтенсифікації процесу перенесення маси при регенерації рулонованих мембранних модулів обґрунтовано застосування явища температурної кавітації та сформульована фізична модель та механізм перенесення маси з шару осаду до ядра потоку промивного розчину в розглядуваних умовах.

Розроблено методику оцінки ефективності процесу регенерації, запропоновано використання коефіцієнта регенерації та аналітично отримано залежність для його розрахунку.

Складена математична модель процесу вилучення осаду та процесу масообміну в системі рідина-тверде тіло у стиснених умовах.

Обґрунтовано вид критеріального рівняння для розрахунку коефіцієнтів перенесення маси, коефіцієнти та показники степеню в якому визначаються експериментально.

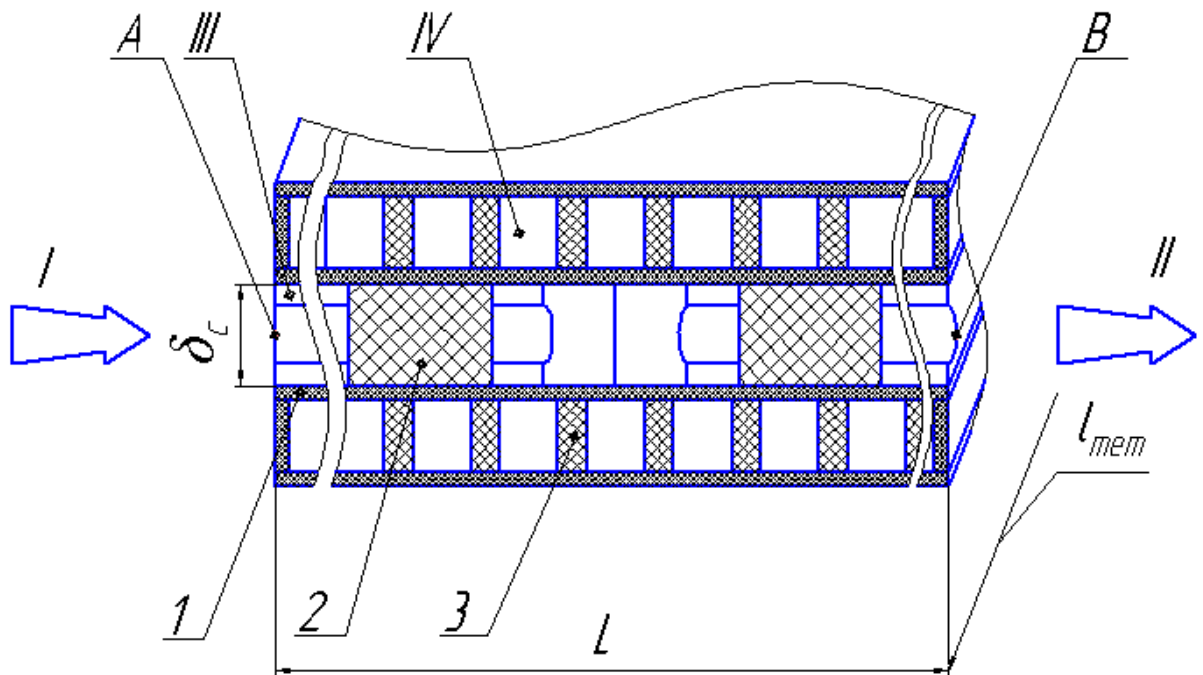
### **3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ МАСООБМІНУ ПРИ ВИДАЛЕННІ ОСАДУ З РУЛОНОВАНИХ МЕМБРАННИХ МОДУЛІВ**

Метою експериментальних досліджень є встановлення закономірностей процесу видалення осаду з робочої поверхні мембран, утворених внаслідок концентраційної поляризації в рулонованих мембранних модулях.

#### **3.1 Обґрунтування методики експериментальних досліджень**

Згідно фізичної моделі реалізації процесу масообміну при проходженні промивного розчину по напірному каналу («каналу ретентату») із застосуванням температурної кавітації температура промивного розчину знаходилася в межах  $43 \pm 2$  °С, а робочий тиск в цьому каналі дорівнював тиску насичення  $p_n = 0,005\text{--}0,009$  МПа. Тиск в дренажному каналі («каналі пермеату») дорівнював атмосферному  $p = 0,01$  МПа і був відключений від системи. Технічна ідея експерименту показана на рисунку 3.1.

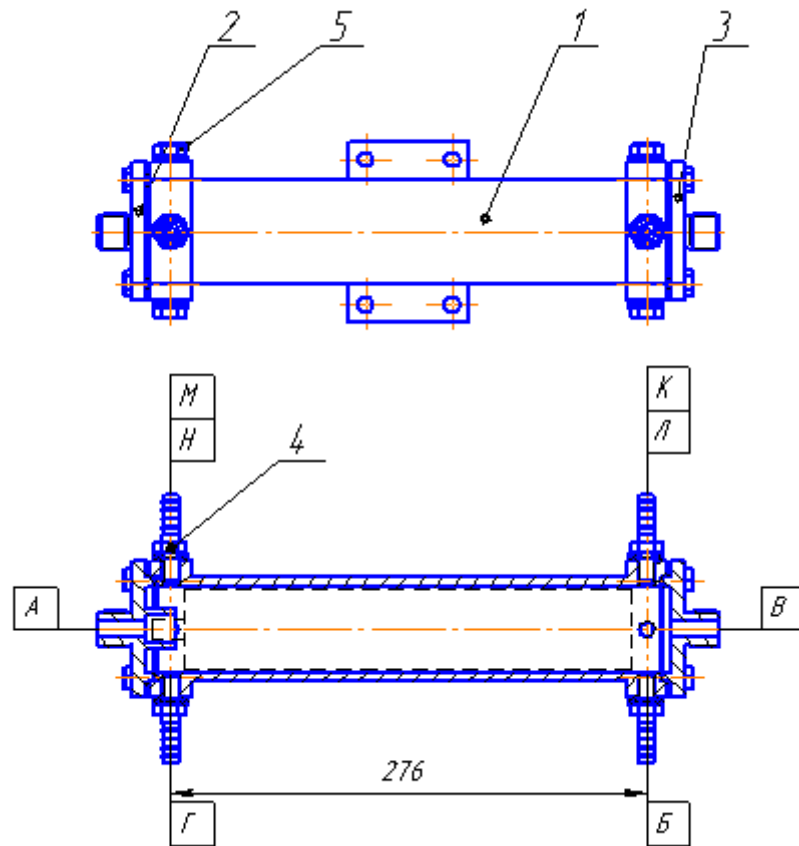
Для реалізації цих експериментів була розроблена та виготовлена промивна камера для промивання мембран (рисунок 3.2). Корпус 1 промивної камери являє собою циліндричну трубу з внутрішнім діаметром 50 мм з фланцями прямокутної форми. До фланців з торців за допомогою гвинтового з'єднання приєднуються кришки 2 та 3. Вихідна кришка 2 містить посадкове місце під хвостовик центральної труби рулонованого мембранного модуля і патрубок для виходу рідини (пермеату) з ємності. Вхідна кришка містить патрубок для входу рідини (розділюваної суміші або промивного розчину) в ємність. В кожному фланці корпусу 1 виконані 4 різьбові отвори, в які вкручуються штуцери 4 або заглушки 5. Промивна рідина подається в штуцер В, рухається через напірний канал мембранного модуля, де за заданих умов відбувається перенесення маси з розчину в осад. Відпрацьований промивний розчин виводиться з ємності через штуцер Г.



I – подача промивного розчину; II – відведення розчину після промивання; III – напірний канал; IV – дренажний канал; 1 – мембрана; 2 – сітка-сепаратор; 3 – дренажна сітка; А, В – точки вимірювання тиску, температури та концентрації;  $\delta_c$  – висота напірного каналу (для мембран типу TFC-75  $\delta_c=0,35$  мм);  $L$  – довжина напірного модуля (довжина мембранного модуля, для мембран типу TFC-75  $L=260$  мм);  $l_{mem}$  – довжина дренажного каналу (довжина мембранного полотна для мембран типу TFC-75  $l_{mem}=1005$  мм)

**Рисунок 3.1 – Схема організації експериментальних досліджень**

Відповідність робочих параметрів заданим, а також наявність температурної кавітації можна контролювати по значенням тиску та температури на вході та виході в мембранний модуль. Можливість вимірювання температури забезпечувалося штуцерами М та К, а вимірювання тиску штуцерами Н та Л. Для зв'язку з атмосферою передбачено штуцер А, для дренажу та зливання залишків промивного розчину передбачено штуцер Б. Передбачено вимірювання температури стінки ємності та температури оточуючого середовища.



1 – корпус; 2 – кришка вихідна; 3 – кришка вхідна; 4 – штуцер;  
5 – заглушка

А – вихід з дренажного каналу мембранного модуля; Б – дренаж, В – вхід промивного розчину; Г – вихід промивного розчину; М, Н, Л, К – для контрольно-вимірювальних приладів

**Рисунок 3.2 – Схема промивна камера ємності**

З метою запобігання корозії корпус промивної камери виготовлений з корозійностійкої сталі 12Х18Н10Т.

### **3.1.1 Обґрунтування вимірювання фізичних величин**

Визначення та обґрунтування методики проведення експериментальних досліджень ґрунтується на структурі рівняння (2.72), яке запишемо у вигляді:

$$\frac{Kd_e}{D} = A \left( \frac{Wd_e}{v} \right)^n \left( \frac{v}{D} \right)^m \left( \frac{d_e}{L} \right)^p \quad (3.1)$$

Отже, при розробці методики експериментальних досліджень необхідно забезпечити можливість експериментального визначення коефіцієнта перенесення маси ( $K$ ), визначальної (середньої) швидкості потоку промивного розчину в напірному каналі ( $W$ ), коефіцієнта дифузії ( $D$ ), коефіцієнта кінематичної в'язкості ( $\nu$ ) та геометричних характеристик модуля ( $d_e$  та  $L$ ).

З цих величин прямим вимірюванням підлягає лише довжина модуля ( $L$ ), яка можуть бути виміряна лінійкою або штангенциркулем. Приймаємо, що еквівалентний діаметр мембранного модуля ( $d_e$ ) дорівнює подвійній товщині сітки-сепаратора, тому може бути просто визначений за допомогою мікрометра. Крім того геометричні характеристики мембранних модулів наводяться в каталогах виробників, наприклад [44, 168].

Середня приведена швидкість потоку промивного розчину віднесена до вільного входу в напірний канал може бути визначена з рівняння витрати [165]:

$$W = \frac{V_c}{S} = \frac{G}{S\rho} \quad (3.2)$$

де  $V_c$  – об'ємна витрата промивного розчину, м<sup>3</sup>/с;

$G$  – масова витрата промивного розчину, кг/с;

$S$  – площа поперечного перерізу напірного каналу рулонованого мембранного модуля, м<sup>2</sup> (дивись рисунок 3.1);

$\rho$  – густина промивного розчину при даній температурі, кг/м<sup>3</sup>.

Дійсна швидкість в напірному каналі буде дещо збільшуватися з урахуванням сітки-сепаратора і розраховується за виразом:

$$W_p = \frac{W}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

де  $W$  – приведена середня швидкість рідини в напірному каналі, м/с;

$\varepsilon$  – частка вільного об'єму в напірному каналі:



$$\varepsilon = \frac{V_{\Pi}}{V_K} = \frac{V_K - V_c}{V_K} = 1 - \frac{V_c}{V_K} \quad (3.4)$$

де  $V_{\Pi}$  – вільний об'єм в каналі, м<sup>3</sup>;

$V_K$  – загальний об'єм каналу, м<sup>3</sup>;

$V_c$  – об'єм, що займає сітка-сепаратор, м<sup>3</sup>.

Враховуючи, що в окремих модулях об'єм, що займає сітка сепаратор, може змінюватися, частину вільного об'єму може займає осад, а також у випадку застосування результатів досліджень для промислових модулів, доцільно застосовувати приведену середню швидкість промивного розчину.

Витрата промивного розчину може бути визначена об'ємним або ваговим методом, площа поперечного перерізу мембранного модуля – відповідно до формули (2.30) за розмірами модуля, густина промивного розчину визначається залежно від температури та хімічного складу за довідковою літературою [169, 170]. Тоді масові витрати промивного розчину визначатиметься за формулою:

$$G = \frac{\Delta M}{\tau} \quad (3.5)$$

де  $\Delta M$  – маса промивного розчину, що проходить через мембранний модуль, кг;

$\tau$  – час проходження промивного розчину через мембранний модуль, с.

Тоді швидкість розраховуватиметься за формулою:

$$W = \frac{\Delta M}{\tau S \rho} \quad (3.6)$$

Як і густина, коефіцієнт кінематичної в'язкості визначається за довідковою літературою залежно від температури, роду та концентрації розчинених речовин [169, 170].

Коефіцієнт дифузії в розведених розчинах електролітів може бути визначений за формулою Уїлкі-Ченга [171, 172]:

$$D = 5,06 \cdot 10^{-11} \frac{T}{\mu_p V_c} \quad (3.7)$$

де  $T$  – абсолютна температура, К;

$\mu_p$  – коефіцієнт динамічної в'язкості розчинника, за температури розчинення, мПа·с;

$V_c$  – молярний об'єм речовини, що розчиняється, см<sup>3</sup>/моль.

Останні дві величини визначаються за довідковою літературою [169, 170].

Коефіцієнт перенесення маси може бути визначений за основним рівнянням масовіддачі (рівнянням Щукарева) [164, 165]:

$$K = \frac{M}{(C^p - C_1)F\tau} \quad (3.8)$$

де  $M$  – маса перенесеної до рідкої фази речовини, кг;

$C^p$  – рівноважна концентрація (концентрація насичення) в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_1$  – поточна концентрація в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$F$  – площа поверхні контакту фаз (площа поверхні мембрани), м<sup>2</sup>;

$\tau$  – тривалість проведення процесу, с.

Маса розчиненої може бути визначена з балансового рівняння [165]:

$$M = \frac{G(C_k - C_n)\tau}{\rho} \quad (3.9)$$

де  $C_n$  – початкова концентрація в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_k$  – кінцева концентрація в промивному розчині, кг/м<sup>3</sup>.

Отже, коефіцієнт розчинення визначається з рівняння:

$$K = \frac{\Delta M(C_k - C_n)}{\rho\tau(C^p - C_1)F} \quad (3.10)$$

Концентрації в промивному розчині визначалася як середня на вході та на виході з мембранного модуля:

$$C_1 = \frac{C_k + C_n}{2} \quad (3.11)$$

Площа поверхні масообміну (приймається рівною площі поверхні мембрани) може бути визначена за довідковими даними [44, 168]. Рівноважна концентрація розчиненої речовини залежно від типу речовини та температури визначається за довідковими даними [170]. Інші величини мають бути виміряні, зокрема, концентрація та рН промивного розчину на вході та виході з промивної камери.

Отже методика проведення експериментальних досліджень повинна забезпечувати вимірювання масової витрати ваговим методом, вимірювання початкової та кінцевої концентрації розчиненої речовини в промивному розчині (концентрації на вході та виході з мембранного модуля), та визначальної температури, яка повинна безперервно контролюватися. В якості визначальної температури обираємо середню температуру між температурами на вході та виході в модуль. Оскільки в умовах температурної кавітації температура розчину при постійному тиску залишається постійною, різниця температури на вході і на виході з мембранного модуля обумовлена гідравлічним опором останнього.

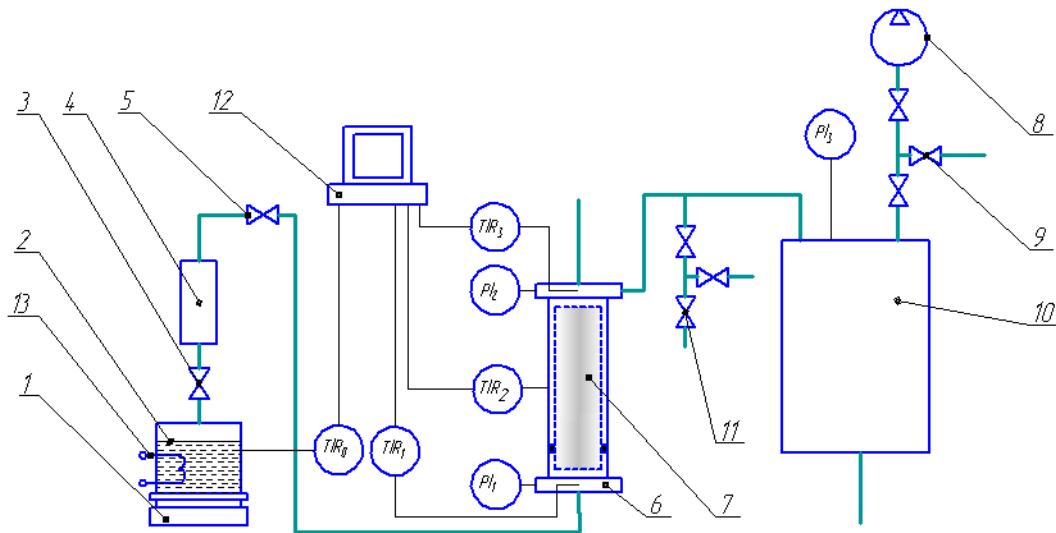
В ході досліджень для визначення впливу параметрів течії на інтенсивність масообміну необхідно забезпечити варіювання значень критеріїв Рейнольдса та Шмідта, що досягалося шляхом зміни швидкості промивної рідини та температури.

Обробка результатів починалася з розрахунку критеріїв Рейнольдса, Шмідта та Шервуда, а також побудови графіків залежностей критерію Шервуда від критерію Рейнольдса в різних діапазонах зміни значення критерію Шмідта. При цьому діапазон вибирався з розгляду максимально вузької зміни значень критерію Шмідта. Результати експериментів доцільно наводити в логарифмічній системі координат, оскільки в таких системах координат степеневі функції, якими зазвичай описуються співвідношення між критеріями подібності лінеаризуються. Тобто степенева залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса є лінійною залежністю десятичного логарифма критерію Шервуда від десятичного логарифма критерію Рейнольдса.

Таке представлення дозволяє використати для апроксимації метод найменших квадратів для випадку лінійних рівнянь.

### 3.2 Опис експериментальної установки

Для проведення експериментальних досліджень згідно обґрунтованої методики досліджень була створена експериментальна установка. Схема установки наведена на рисунку 3.3, а її загальний вигляд установки показаний на рисунку 3.4.

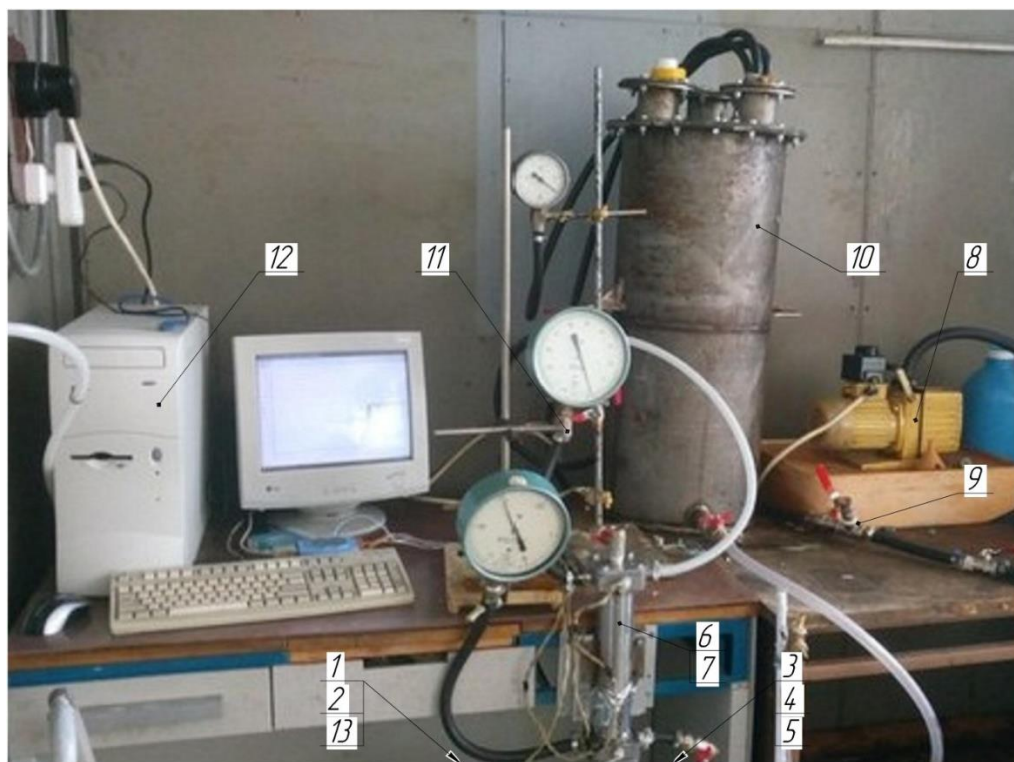


- 1 – ваги; 2 – ємність з промивним розчином; 3,5 – регулювальний кран;  
 4 – ресивер; 6 – промивна камера; 7 – мембранний модуль; 8 – вакуум-насос;  
 9 – кран з'єднання з атмосферою; 10 – проміжна ємність;  
 11 – відбір проб промивного розчину, 12 персональний комп'ютер;  
 13 – нагрівач.

**Рисунок 3.3 – Схема експериментальної установки**

Установка дозволяє вимірювати витрату ваговим методом, для чого передбачені електронні ваги 1, які неперервно вимірюють масу промивного розчину в ємності 2 підігрітого до заданої температури з точністю 5 гр. Зміна маси за заданий проміжок часу вимірювалася за допомогою електронного

секундоміра. Температура вимірюється блоком хромель-копелевих термопар, при чому температура вимірюється на вході в мембранний модуль 7 ( $TIR_1$ ) та на виході з нього ( $TIR_3$ ). Додатково передбачено вимірювання температури промивного розчину в ємності 1 ( $TIR_0$ ) та зовнішньої поверхні експериментальної ємності 6 ( $TIR_2$ ). Показники термопар реєструвалися на персональному комп'ютері 12 за допомогою програмного модуля IndexTem з частотою 1 вимір в секунду з точністю до 0,2 °С. Вимірювання тиску проводилося за допомогою вакуумметрів на вході в мембранний модуль 7 ( $PI_1$ ), на виході з нього ( $PI_2$ ) та в проміжній ємності 10 ( $PI_3$ ). Вимірюванням концентрації проводилося портативним TDS-метром TDS5 EZ, для чого забезпечено можливість відбирати проби промивного розчину з ємності 2 та на виході з експериментальної ємності 6 за допомогою системи кранів 11.



- 1 – ваги; 2 – ємність з промивним розчином; 3,5 – регулювальний кран;  
 4 – ресивер; 6 – промивна камера; 7 – мембранний модуль; 8 – вакуум-насос;  
 9 – кран з'єднання з атмосферою; 10 – проміжна ємність; 11 – відбір проб  
 промивного розчину, 12 персональний комп'ютер;  
 13 – нагрівач.

**Рисунок 3.4 – Загальний вигляд експериментальної установки**

Рух промивного розчину забезпечується перепадом тиску між ємністю 2 та ємністю 10, що створюється вакуум насосом 8. Також вакуум-насос 8 забезпечує розрідження, необхідне для реалізації положень фізичної моделі.

Регулювання витрат промивного розчину здійснюється регулювальними кранами 3 та 5. Температура промивного розчину збільшувалася за допомогою електричного нагрівача 13.

Порядок проведення експериментальних досліджень був наступний. Мембранний модуль 7 з відомими геометричними характеристиками та штучно нанесеним на поверхню мембрани монокомпонентним шаром солі встановлювався промивну камеру 6, регулювальні крани 3 та 5 закривалися, вмикався вакуум-насос 8 і досягалось розрідження в проміжній ємності 10 на рівні 0,092-0,098 МПа (абсолютний тиск становив 0,008-0,002 МПа відповідно). Промивний розчин із заданою концентрацією та температурою заливався в ємність 2. Після цього відкривалися регулювальні крани 3 та 5 і встановлювалася необхідна витрата промивного розчину та тиск на вході і на виході з мембранного модуля 6. Під дією перепаду тиску в ємностях 2 та 10 здійснюється течіє промивного розчину через промивну камеру 6 та мембранний модуль 7, в ході чого відбувається масообмін між твердою фазою шару осаду на поверхні мембрани та рідкою фазою промивного розчину. Промивний розчин зливається в проміжну ємність 10. Через задані проміжки часу фіксувалася зміна маси ємності з промивним розчином, та тиск на вході та виході з мембранного модуля та концентрації промивного розчину на виході з мембранного модуля. Безперервно вимірювалася температура промивного розчину на вході та виході з мембранного модуля. У разі проведення процесу в режимі пульсування тиску періодичні зміни тиску проводилися за допомогою регулювального крана 5.

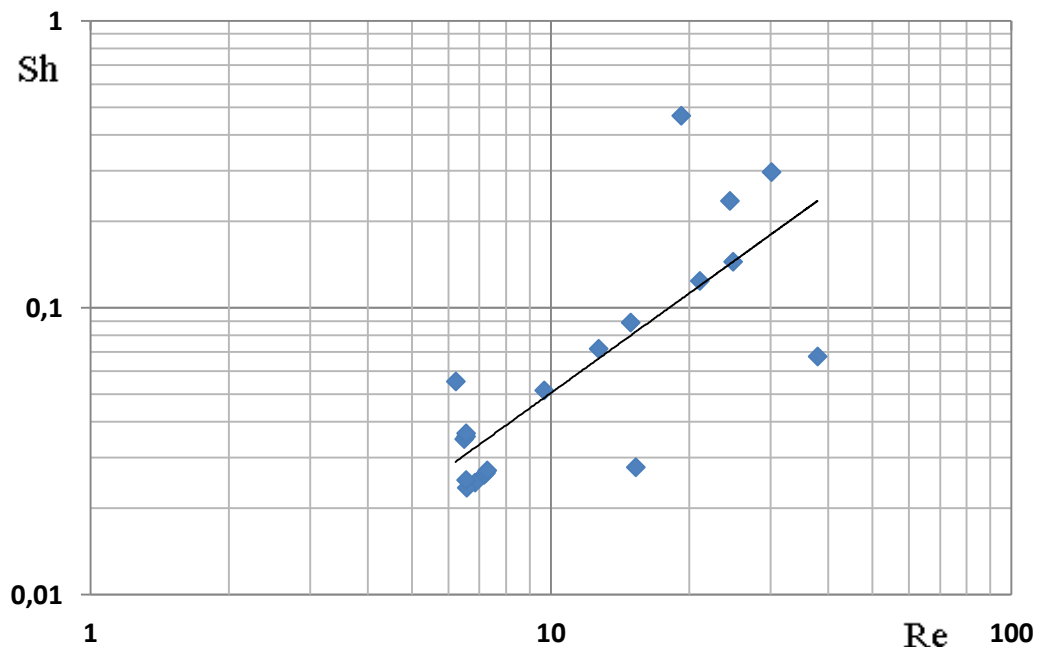
Розрахунок похибок прямого та непрямого вимірювань виконувався з використанням існуючих методик обробки результатів досліджень. Оцінка похибок вимірювання експериментальних даних виконувалась ґрунтуючись

на теорії ймовірності та теорії похибок [173-175]. Результати розрахунку похибок вимірювань наведені в додатку А.

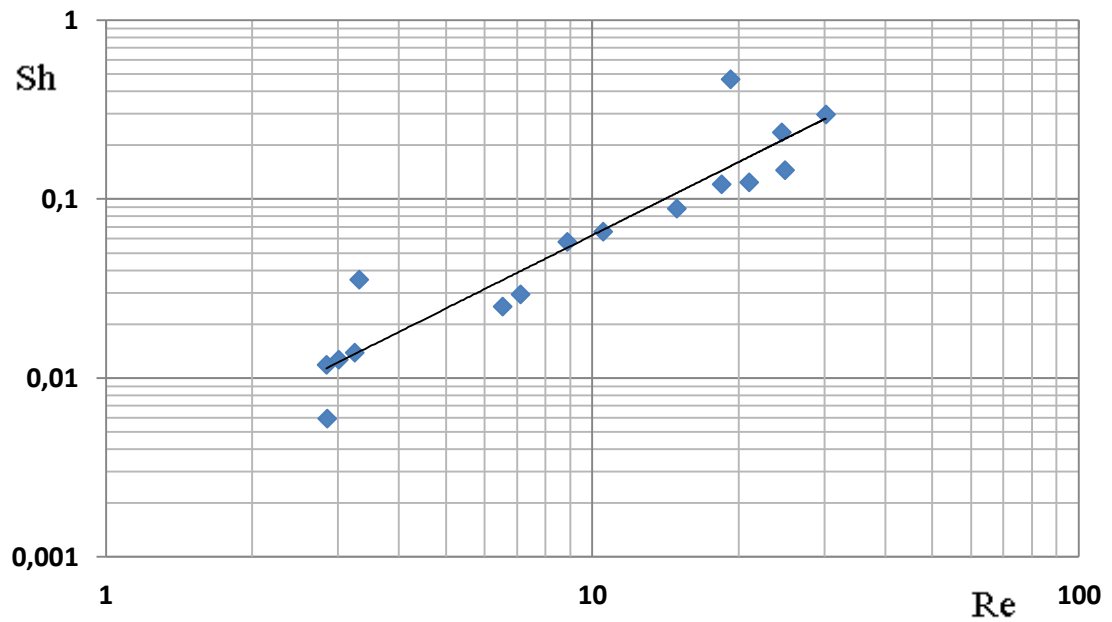
### 3.3 Результати експериментальних досліджень

Відповідно до методики експериментальних досліджень описаної в підрозділах 3.1 та 3.2 було проведено серію експериментів з визначенням величин, що входять в рівняння (3.1). Результати експериментів наведені на рисунках 3.5–3.7 в додатку Б.

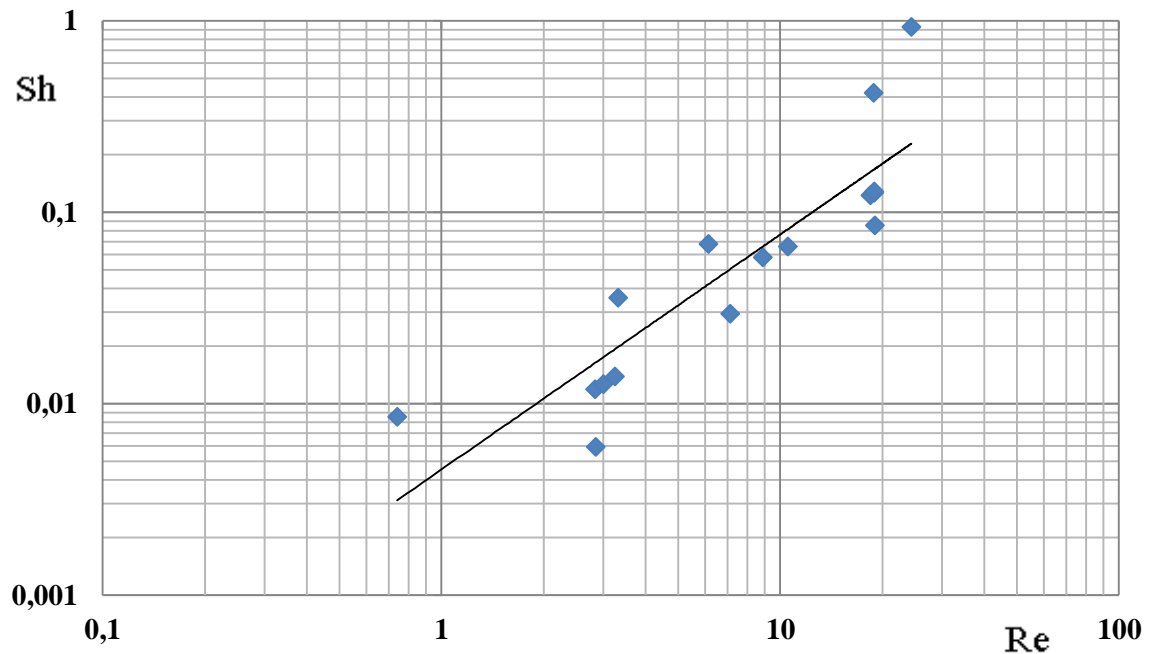
Дослідження проводилися з використанням мембранного модуля MICROFILTER TFC-50 TW30-1812-50, який був штучно забруднений монокомпонентним осадам (хлоридом натрію). Для цього мембранний модуль занурювався у насичений розчин NaCl, де витримувався протягом доби, після чого висушувався на повітрі при кімнатній температурі. Внаслідок випаровування вологи з пересиченого розчину утворювався осад кристалічного хлориду натрію.



**Рисунок 3.5– Залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса (діапазон зміни значень критерію Шмідта  $Sc=1303 - 1491$ )**

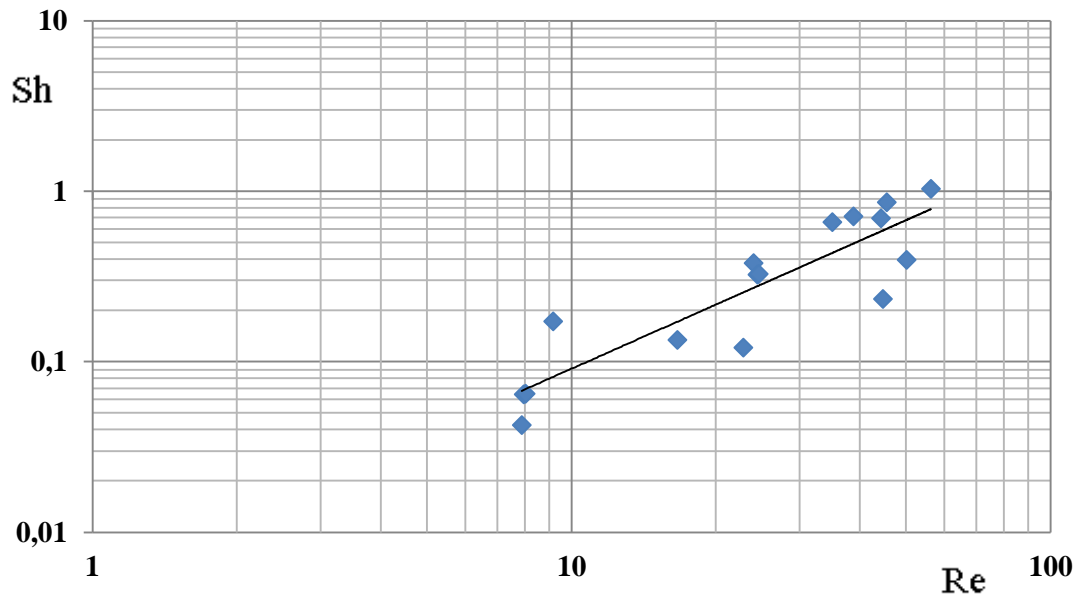


**Рисунок 3.6 – Залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса (діапазон зміни значень критерію Шмідта  $Sc = 1413 - 1615$ )**



**Рисунок 3.7 – Залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса (діапазон зміни значень критерію Шмідта  $Sc = 1512 - 1691$ )**





**Рисунок 3.8 – Залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса (діапазон зміни значень критерію Шмідта  $Sc = 1921 - 1928$ )**

Дослідження проводилися в діапазоні зміни критерію Рейнольдса в межах (0,4–60), регулювання досялося шляхом варіюванням витрат промивного розчину. Діапазон зміни критерію Шмідта становив (867–2824), регулювання здійснювалося шляхом зміни температури з використанням електричного нагрівача (на схемі не показаний).

В якості промивного розчину використовувалася знесолена вода (пермеат з установки зворотного осмосу) з концентрацією хлориду натрію в межах

(4–28) мг/дм<sup>3</sup> (промивний розчин частково підлягав рециркуляції).

Залежність критерію Шервуда від критерію Рейнольдса в логарифмічних координатах має вигляд прямої з постійним кутом нахилу в різних діапазонах зміни критерію Шмідта (рисунки 3.5 – 3.8). Отже показник степеня при критерії Рейнольдса залишається приблизно постійним. Це підтверджується визначенням коефіцієнтів в виду  $\lg(Sh) = \lg(C) + n \cdot \lg(Re)$  [173, 176]. Приклад розрахунку коефіцієнтів такої залежності наведений в

додатку Б. Результати розрахунку показників степеня при критерії Рейнольдса для різних діапазонів зміни критерію Шмідта наведені в таблиці 3.1.

**Таблиця 3.1 – Показники степеня при критерії Ренольдса**

Sc	867-1038	1303-1491	1413-1615	1512-1691	1615-1761	1735-1849	1921-1978	1984-2025	2001-2103	2103-2278	2244-2498	2699-2824
n	1,516	1,156	1,36	1,227	1,064	1,085	1,248	1,1429	1,118	1,0739	1,147	0,7344

Отже, наведені результати свідчать про сталість показника степеня при критерії Рейнольдса, а осереднене значення становить показника  $n$  становить 1,156, що буде використовуватися при подальшій обробці результатів експериментів.

За рекомендаціями, наведеними в [153–155], з теоретичних міркувань приймаємо значення показника степеня  $m$  при критерії Шмідта рівним 0,33. Тоді узагальнення результатів експериментальних досліджень проводимо у вигляді функції  $Sh = f(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$ . Графік залежності критерію Шервуда від запропонованого комплексу наведений на рисунку (3.9).

Значення величин, необхідних для апроксимації наведені в додатку Б. За цими значеннями визначаємо коефіцієнти за методом найменших квадратів [173, 176].

Коефіцієнт  $b_0$ :

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \sum_{i=1}^n u_i^2 - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n u_i v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{-212,168 \cdot 1102,0142 - 461,0 \cdot (-441,723)}{203 \cdot 1102,142 - 461,0^2} = -1,056.$$

Коефіцієнт  $b_1$ :

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n u_i v_i - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{203 \cdot (-441,723) - 461,0 \cdot (-212,168)}{203 \cdot 1102,142 - 461,0^2} = 0,7259$$

Вибірковий коефіцієнт кореляції:

$$r^* = b_1 \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n v_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n v_i \right)^2}} = 0,7259 \sqrt{\frac{203 \cdot 1102,142 - 461,0^2}{203 \cdot 278,625 - (-212,168)^2}} = 0,7153$$

Умова існування залежності:

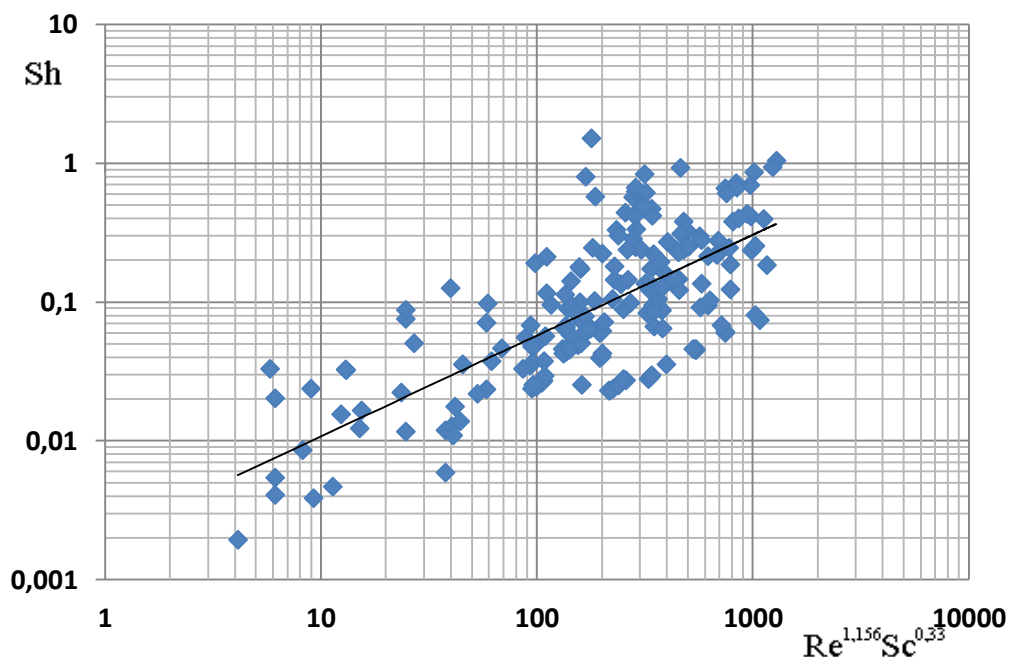
$$|r^*| - \frac{1,96(1 - (r^*)^2)}{\sqrt{n}} = 0,7153 - \frac{1,96(1 - 0,7153^2)}{\sqrt{203}} = 0,6482 > 0$$

Умова виконується, отже з імовірністю 0,95 існує залежність виду:

$$\lg(\text{Sh}) = -1,056 + 0,7253 \lg(\text{Re}^{1,156} \text{Sc}^{0,33}) \quad (3.10)$$

або

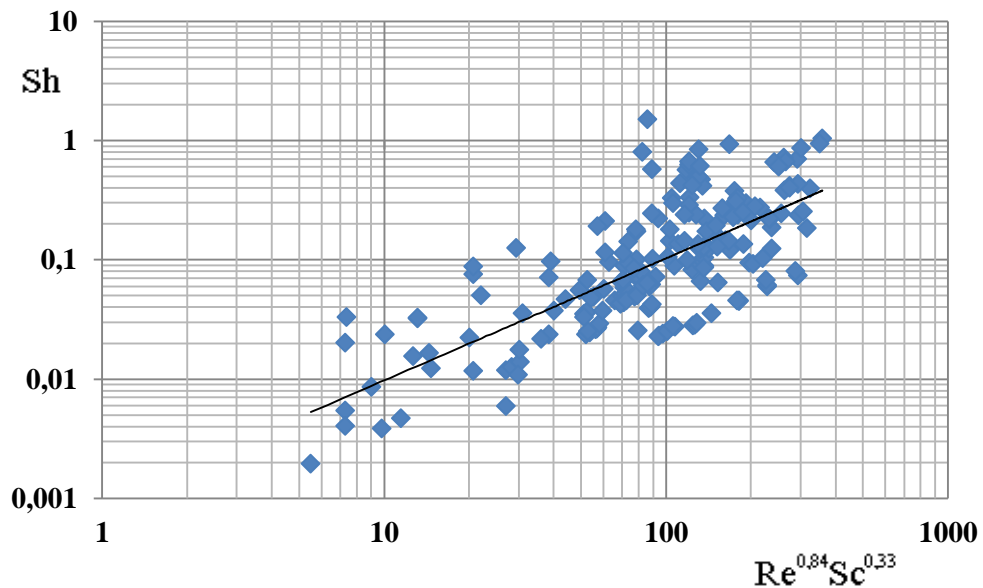
$$\text{Sh} = 10^{-1,056} (\text{Re}^{1,156} \text{Sc}^{0,33})^{0,7253} = 0,088 (\text{Re}^{1,156} \text{Sc}^{0,33})^{0,7253} \quad (3.11)$$



**Рисунок 3.9 – Уточнення показника степеня при критерії Рейнольдса**

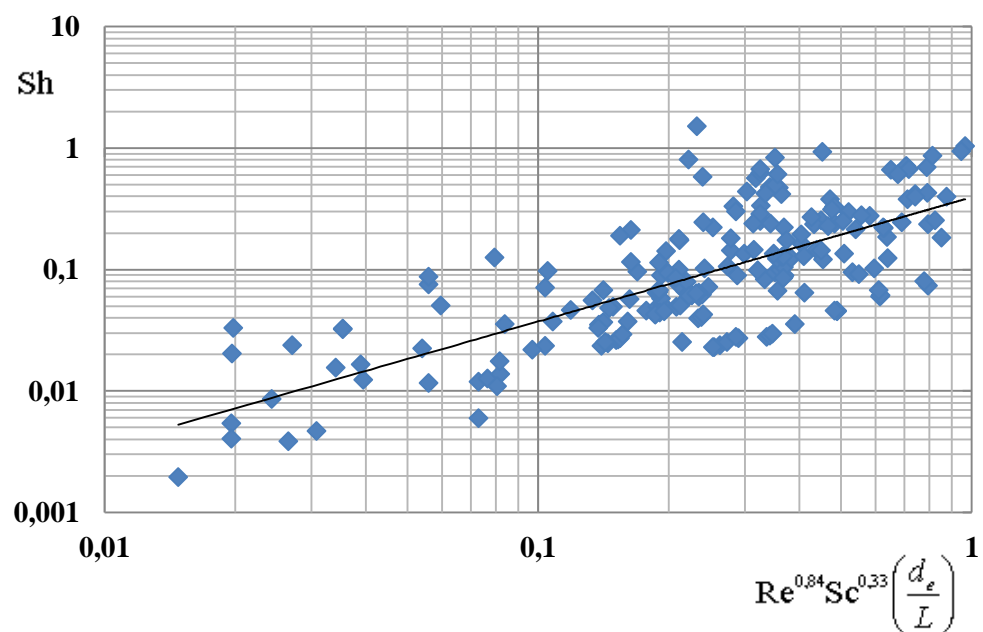
Отримане рівняння (3.11) дозволяє уточнити показник степеня при критерії Рейнольдса  $n = 1,156 \cdot 0,7253 = 0,84$ , тому з метою уточнення

критеріальної залежності подальше узагальнення проводимо у вигляді залежності  $Sh = f(Re^{0,84} \cdot Sc^{0,33})$ , графік якої показаний на рисунку 3.10.



**Рисунок 3.10 – Узагальнення результатів досліджень**

Крім того, як зазначалося в розділі 2 (рівняння (2.50) та (2.57)), необхідно врахувати геометричний симлекс  $\frac{d_e}{L}$ . Тому остаточне уточнення проводимо у вигляді залежності  $Sh = f\left(Re^{0,84} \cdot Sc^{0,33} \cdot \left(\frac{d_e}{L}\right)\right)$  (рисунок 3.11).



**Рисунок 3.11 – Узагальнена критеріальна залежність**

За методом найменших квадратів знаходимо [173, 176] коефіцієнти в апроксимуючому рівнянні.

Коефіцієнт  $b_0$ :

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \sum_{i=1}^n u_i^2 - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n u_i v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{-212,168 \cdot 108,28 - (-127,05)(-162,24)}{203 \cdot 108,28 - (-127,05)^2} = -0,4045$$

Коефіцієнт  $b_1$ :

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n u_i v_i - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{203 \cdot 162,24 - (-127,05)(-212,168)}{203 \cdot 108,28 - (-127,05)^2} = 1,02$$

Вибірковий коефіцієнт кореляції:

$$r^* = b_1 \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n v_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n v_i \right)^2}} = 1,02 \sqrt{\frac{203 \cdot 108,28 - (-127,05)^2}{203 \cdot 278,63 - (-212,168)^2}} = 0,7279$$

Умова існування залежності:

$$|r^*| - \frac{1,96(1 - (r^*)^2)}{\sqrt{n}} = 0,7279 - \frac{1,96(1 - 0,7279^2)}{\sqrt{203}} = 0,6633 > 0$$

Умова виконується, отже з імовірністю 0,95 існує залежність виду:

$$\lg(\text{Sh}) = -0,4045 + 1,02 \cdot \lg \left( \text{Re}^{0,83} \text{Sc}^{0,33} \left( \frac{d_e}{L} \right) \right) \quad (3.12)$$

або, враховуючи, що коефіцієнт  $b_1$  практично дорівнює одиниці

$$\text{Sh} = 0,394 \text{Re}^{0,84} \text{Sc}^{0,33} \left( \frac{d_e}{L} \right) \quad (3.13)$$

Отже рівняння (3.13) є шуканим критеріальним рівнянням, що описує масообмін в каналах рулонованого мембранного модуля за умов регенерації за запропонованою методикою. Рівняння дійсне в межах зміни критерію Рейнольдса [0,4, 60].

Відповідно до рівняння (2.49) за значенням критерію Шервуда може бути визначений коефіцієнт перенесення маси:

$$K = \frac{Sh \cdot D}{d_e} \quad (3.14)$$

Отже, отримане рівняння дозволяє визначати коефіцієнти перенесення маси при температурній кавітації та визначити час видалення утвореного осаду, за математичною моделлю, наведеною в розділі 2.

### 3.4 Алгоритм визначення часу видалення осаду

Метою розрахунку є визначення часу повного видалення осаду та значення коефіцієнта регенерації.

Вихідні дані:

- опір мембрани,  $R_m$ ,  $m^{-1}$ ;
- питомий опір шару забруднень,  $\alpha$ ,  $m^{-2}$ ,
- початкова маса осаду  $M_{\Pi}$ , кг;
- площа поверхні мембранного модуля,  $F$ ,  $m^2$ ;
- геометричні розміри модуля: еквівалентний діаметр каналу  $d_e$  м, та довжина модуля  $L$ , м;
- температура промивного розчину,  $t$ ,  $^{\circ}C$ ;
- об'єм промивного розчину,  $V_1$ ,  $m^3$ ;
- масові витрати промивного розчину,  $G$ , кг/с.

При цьому останні три величини в можуть варіюватися при проведенні процесу регенерації, тому одним із завдань математичного моделювання є встановлення ступеня впливу цих величин на кінетику процесу та ефективність регенерації, а також вибір найбільш раціональних режимів проведення процесу.

Варто відзначити, що опір мембрани та питомий опір шару осаду може бути визначений експериментально за методикою, запропонованою в роботі [177].

Розрахунок за математичною моделлю проводимо в такій послідовності:

1. За робочою температурою з довідковою літератури визначаються тиск насичення, необхідний для забезпечення температурної кавітації, а також фізичні властивості промивного розчину (густина, коефіцієнт кінематичної в'язкості) та за формулою (3.5) розраховується коефіцієнт дифузії, та визначається критерій Шмідта (формула (2.70)).

2. Розраховується швидкість руху промивного розчину (формула 3.2).

3. Розраховується критерій Рейнольдса (формула (2.52)).

4. За отриманою критеріальною залежністю (3.13) розраховується критерій Шервуда і визначається коефіцієнт розчинення (рівняння (3.14)).

5. Рівняння (2.30) розв'язується методом Рунге-Кутта [178]. Суть методу наступна:

- задається крок по часу і знаходиться поточне значення часу:

$$\tau_{i+1} = \tau_i + h, \quad (3.15)$$

- визначаються коефіцієнти Рунге-Кутта:

$$K_{1i} = K \left( C^p - C_0 - \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - M_i}{M_{\Pi}} \right) \right) F, \quad (3.16)$$

$$K_{2i} = K \left( C^p - C_0 - \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - (M_i + K_{1i}h/2)}{M_{\Pi}} \right) \right) F, \quad (3.17)$$

$$K_{3i} = K \left( C^p - C_0 - \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - (M_i + K_{2i}h/2)}{M_{\Pi}} \right) \right) F, \quad (3.18)$$

$$K_{4i} = K \left( C^p - C_0 - \frac{M_{\Pi}}{V} \left( 1 - \frac{M_{\Pi} - (M_i + K_{3i}h)}{M_{\Pi}} \right) \right) F. \quad (3.19)$$

При цьому при  $i = 0$  значення часу  $\tau_0$  та маси  $M_0$  визначаються відповідно до початкових умов.

Далі визначається маса видаленого осаду на кроці  $i+1$ :

$$M_{i+1} = M_i + \frac{h}{6}(K_{1i} + 2K_{2i} + 2K_{3i} + K_{4i}). \quad (3.20)$$

Якщо значення  $M_{i+1}$  менше за задане значення маси осаду  $M_3$  (маси осаду, яку необхідно розчинити), то розраховується значення часу на наступному кроці (формула 3.15) та повторюється розрахунок. Якщо  $M_{i+1} > M_3$ , то в якості часу приймається  $\tau_i$  і перевіряється умова достатньої точності розрахунку:

$$|M_i - M_3| \leq e, \quad (3.21)$$

де  $e$  – задана ступінь точності.

Якщо умова (3.21) не виконується, то крок  $h$  зменшується і розрахунок повторюється починаючи зі значення  $i$  з новим значенням кроку до виконання умови (3.28). Знайдене значення  $\tau_i$  є часом регенерації, який необхідно визначити.

6. Для кожної вузлової точки в числовому алгоритмі визначається поточне значення концентрації розчиненої речовини в промивному розчині (формула (2.29)) та розраховується коефіцієнт регенерації (формула (2.17)).

Наведена методика розрахунку дозволяє розраховувати час розчинення заданої маси осаду та коефіцієнт регенерації. Відповідно до методики складена програма розрахунку в середовищі Mathcad (реалізація числових методів здійснена з використанням вбудованих функцій), яка наведена в додатку В.

### **3.5 Визначення параметрів ефективного процесу регенерації рулонованих мембранних модулів**

За математичною моделлю з використанням експериментально визначеного критеріального рівняння були проведені розрахунки тривалості процесу регенерації та коефіцієнта регенерації.



Розрахунки були проведені для комерційно доступних рулонованих мембранних модулів (MICROFILTER TFC-75, FS-TFC 1812–50, CSM RE-1812-50 GPD та USTM M-1261-75G).

Були прийняті наступні початкові дані:

- Початкова маса шару осаду  $M_0 = 0,125$  кг;
- Робоча температура  $t = 45^\circ\text{C}$ ;
- Об'єм промивного розчину  $V = 10 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>;
- Початкова концентрація матеріалу шару осаду в промивному розчині  $C_0 = 0$  кг/м<sup>3</sup>.

Характеристики мембранного модуля наступні:

- Площа поверхні мембрани –  $F = 0,46$  м<sup>2</sup>;
- Еквівалентний діаметр каналу мембрани –  $d_e = 7 \cdot 10^{-4}$  м;
- Довжина мембранного модуля –  $L = 0,26$  м;
- Опір мембрани –  $R_m = 8,073 \cdot 10^{13}$  м<sup>-1</sup>.

Було прийнято, що мембрана забруднена і шар забруднень сформований з хлориду заліза (III), питомий опір шару забруднень  $\alpha = 8,568 \cdot 10^{17}$  м<sup>-2</sup>. В прийнятих умовах потік забрудненої мембрани становить половину потоку чистої мембрани.

Результати розрахунків представлені у вигляді графічних залежностей маси видаленого матеріалу шару осаду та коефіцієнта регенерації від часу, які показані на рисунках 3.12 та 3.13.

Представлені результати розрахунків показують, що для низьких значень критерію приведенного Рейнольдса час повного розчинення шару осаду різко зменшується зі зростанням значення приведенного критерію Рейнольдса. Зокрема, з 7967 секунд (понад дві години) для  $Re = 10$  до 5675 секунд (приблизно півтори години) при  $Re = 15$  (на 28,8% менше, порівняно зі значенням при  $Re = 10$ ) і до 4540 секунд (приблизно одна година і 15 хвилин) для  $Re = 20$  (або на 43% порівняно з значення для  $Re = 10$  чи 20% порівняно зі значенням при  $Re = 15$ ). Отже в цьому діапазоні зростання приведенного

критерію Рейнольдса (зростання швидкості промивного розчину) може розглядатися як ефективний шлях для інтенсифікації процедури регенерації мембранного модуля, що може зменшити час регенерації майже в двічі.

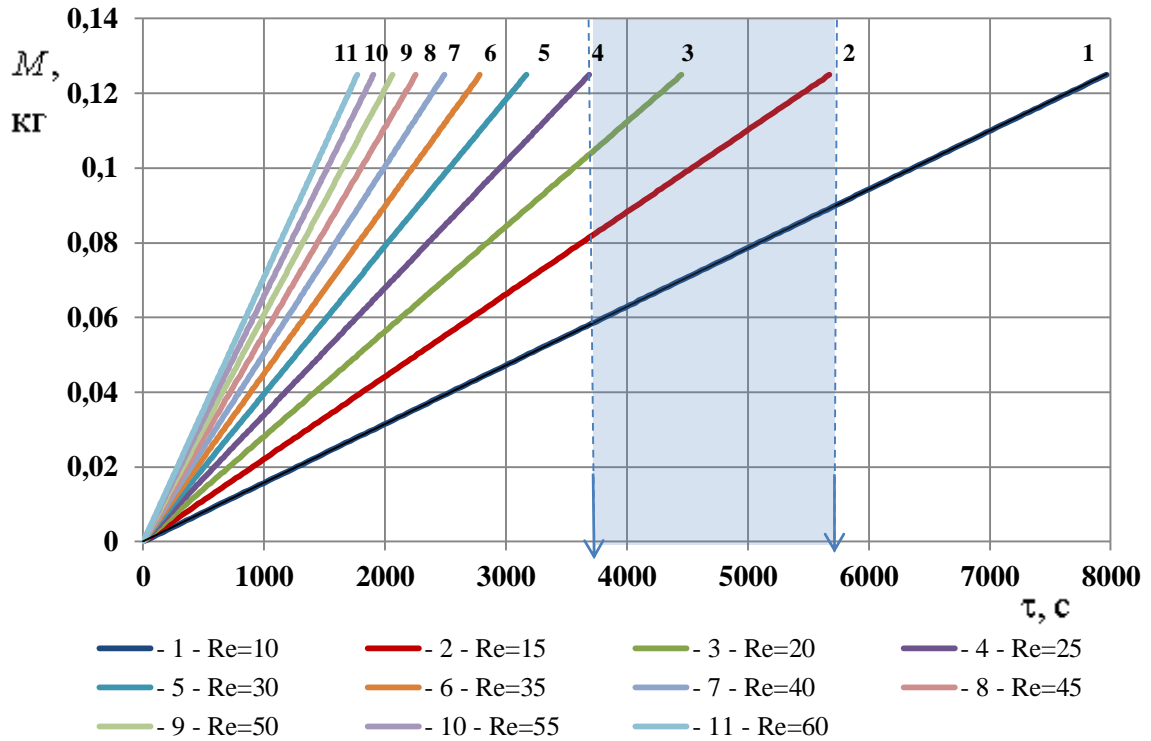


Рисунок 3.12 – Кінетика процесу видалення осаду

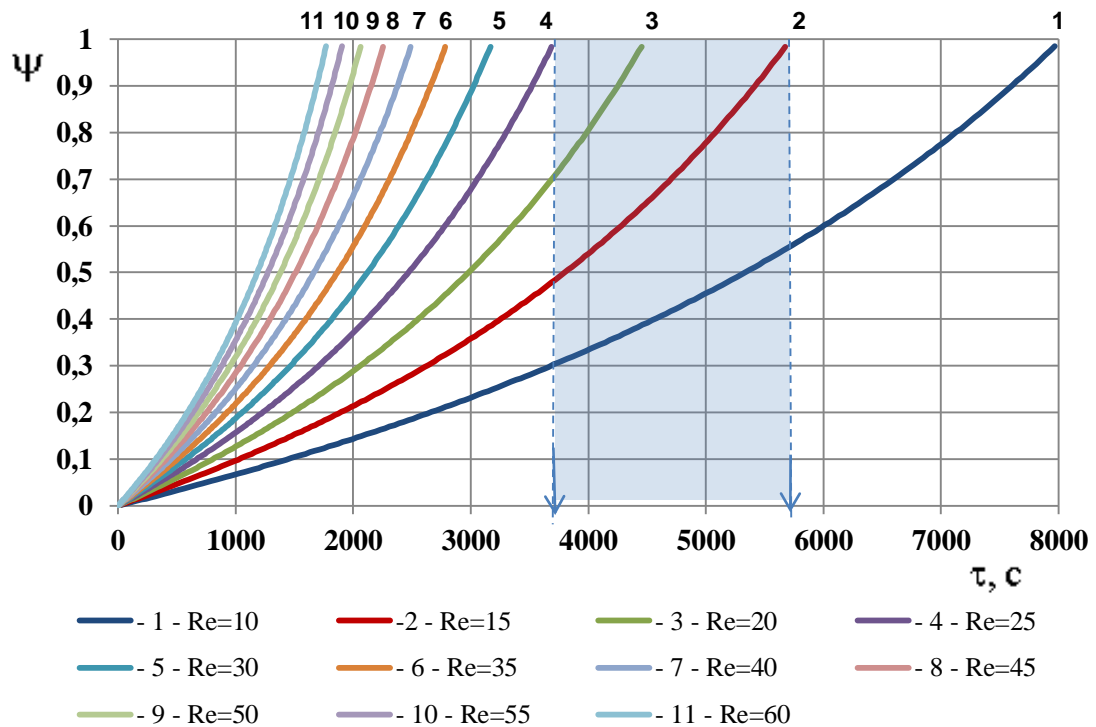
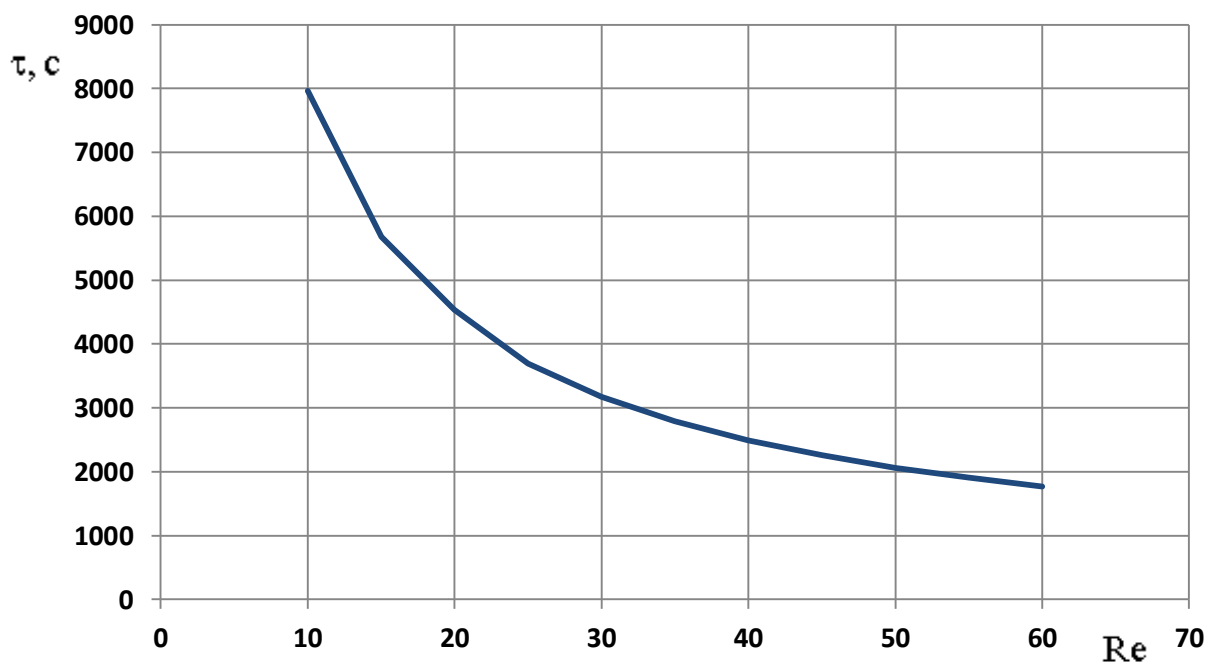


Рисунок 3.13 – Залежність коефіцієнта регенерації від часу

Однак для вищих значень критерію Рейнольдса зменшення часу регенерації стає повільнішим. Наприклад для зростання значення критерію Рейнольдса від 25 до 30 час регенерації зменшиться лише з 3689 секунд до 3168 секунд (на 521 секунд, менше 10 хвилин, або на 16%). В таких умовах зростання значення критерію Рейнольдса не можна розглядати як ефективний метод для інтенсифікації регенерації мембран, оскільки зростання швидкості промивного розчину пов'язано зі зростанням витрат енергії. Для значень приведенного критерію Рейнольдса більше 25 зростання витрат енергії не забезпечує значного зменшення часу регенерації. Це означає, що найбільш раціональний режим регенерації відповідає значенням приведенного критерію Рейнольдса від 15 до 25.

Аналогічні результати демонструє залежність  $\psi = f(\tau)$ .

Графік залежності часу повного видалення осаду від значення критерію Рейнольдса наведений на рисунку 3.14



**Рисунок 3.14 – Залежність часу повного видалення осаду від приведенного критерію Рейнольдса**

Гіперболічна форма кривої на рисунку 3.14 узгоджується з формою рівняння (2.30) – в правій частині рівняння коефіцієнт розчинення (функція від критерій Рейнольдса в додатній степені (0,84)) знаходиться в знаменнику, а час в лівій частині рівняння – в знаменнику. Така форма залежності  $\tau = f(\text{Re})$  та її узгодження з вихідним диференціальним рівнянням пояснює отримані результати розрахунку.

Крім гідродинамічних умов при температурній кавітації на масообмін в системі рідина-тверде тіло, може впливати рушійна сила та температура проведення процесу. Результати розрахунків для різних температур наведені в таблиці 3.2 (решта вихідних даних залишалася незмінними).

**Таблиця 3.2 – Тривалість повного видалення осаду  $\text{FeCl}_3$  при різних значеннях приведенного критерію Рейнольдса та робочої температури**

$t$ °C	Re										
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
	$\tau$ , с										
45	7967	5675	4540	3689	3168	2790	2489	2260	2063	1905	1770
35	8455	6025	4738	3930	3375	2962	2648	2400	2198	2025	1885
25	8960	6385	5022	4164	3568	3137	2864	2541	2325	2145	1993

З наведених результатів (таблиця 3.2) можна бачити, що зі збільшенням приведенного критерію Рейнольдса спостерігається суттєве зменшення часу регенерації, як було показано вище, тоді як вплив температури на кінетику процесу значно менший. Наприклад при значенні критерію Рейнольдса  $\text{Re} = 20$  при збільшенні температури від 35 °C до 45 °C час регенерації зменшується з 4738 секунд до 4540 секунд, тобто на 4 %, що в декілька раз менше, ніж у випадку зростання приведенного критерію Рейнольдса. В цілому, спостерігається зменшення тривалості повного розчинення на 4-6 % при зростанні температури на 10 °C та на 9-12 % при збільшенні температури на 20 °C. Це свідчить про те, що вплив зміни швидкості руху промивної рідини в

напірному каналі мембранного модуля більший за вплив зміни фізичних властивостей розчину в розглядуваному діапазоні зміни швидкостей та температур.

Отже вибір робочої температури має бути обумовлений в першу чергу термічною стійкістю матеріалу мембранних модулів, що підлягають регенерації, а також величиною розрідження, яке необхідне для досягнення стану насичення за робочої температури. Найбільш раціональні значення робочої для мембран типу TFC-75 температури лежать в межах 40-45 °С. що відповідає робочим тискам 0,007-0,009 МПа.

На величину рушійної сили впливає початковий склад та об'єм промивного розчину  $V$ , що циркулює в контурі промивання. Результати розрахунків для різних об'ємів промивного розчину наведені в таблиці 3.3 (решта вихідних даних залишалася незмінними).

**Таблиця 3.3 – Тривалість повного розчинення осаду  $\text{FeCl}_3$  при різних значеннях критерію приведенного Рейнольдса та об'єму промивного розчину (знесоленої води)**

$V, \text{дм}^3$	Re										
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
	$\tau, \text{с}$										
5	8010	5690	4475	3715	3185	2800	2503	2266	2075	1916	1780
10	7967	5675	4540	3689	3168	2790	2489	2260	2063	1905	1770
15	7950	5665	4440	3685	3165	2780	2485	2250	2059	1900	1766

Так само як і у випадку зміни температури, вплив об'єму промивного розчину, який циркулює в контурі помивання, на час видалення осаду не значний. Зменшення тривалості розчинення шару осаду не перевищує 1 % як при збільшенні об'єму в два рази (з 5 до 10  $\text{дм}^3$ ), так і при збільшенні в тричі (до 15  $\text{дм}^3$ ). Це пояснюється тим, що маса осаду в усіх трьох випадках на порядок менша за масу промивного осаду, отже величина  $C_1$  в рівнні (2.19)

не буде суттєво зростати. В таких умовах в усіх випадках буде утворюватися розчин з концентрацією, значно нижчою за концентрацію насичення, отже суттєвого впливу на рушійну силу процесу чинитися не буде.

Отже вибір об'єму промивного розчину має визначатися розмірами контуру регенерації з огляду на забезпечення неперервної циркуляції протягом проведення процесу регенерації.

### **Висновки до розділу:**

Експериментально підтверджено положення фізичної моделі щодо ефективності видалення осаду з поверхні мембранних модулів, утвореного як в робочих так і модельних умовах, у випадку температурної кавітації при температурах промивного розчину 40-45°C та робочому тиску 0,007-0,009 МПа.

Проведено узагальнення результатів експериментальних досліджень та встановлено значення коефіцієнтів та показників степеню в критеріальному рівнянні, яке справедливе в межах зміни приведенного критерію Рейнольдса  $0,4 \leq Re \leq 60$ . Отримане критеріальне рівняння дозволяє визначити коефіцієнти перенесення маси, що дає можливість визначити час повного видалення осаду з поверхні мембран та прогнозувати продуктивність мембран після регенерації.

За результатами математичного моделювання визначено вплив гідродинамічного режиму, температури та об'єму промивного розчину, що циркулює в контурі регенерації. Встановлено, що найбільш раціональні режими видалення осаду відповідають значенням приведенного критерію Рейнольдса в межах  $15 \leq Re \leq 25$ . Вплив інших розглядуваних параметрів на ефективність регенерації не значний.

## 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСУ РЕГЕНЕРАЦІЇ

### 4.1 Обґрунтування методики проведення експериментальних досліджень

Ефективність процесу регенерації доцільно оцінювати ступенем відновлення продуктивності та селективності [179].

Відповідно до положень фізичної моделі питома продуктивність визначається збільшенням опору, утвореного на поверхні мембран внаслідок концентраційної поляризації, та зменшенням рушійної сили:

$$J = \frac{dV}{Fd\tau} = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu R_t} \quad (4.1)$$

Другою важливою умовою ефективності регенерації є збереження селективності мембрани, яка характеризується величиною коефіцієнта розділення [11, 179, 180]:

$$R = 1 - \frac{C_p}{C_f}. \quad (4.2)$$

де  $C_f$  – концентрація розчинених речовин в початковому розчині, кг/м<sup>3</sup>;

$C_p$  – концентрація розчинених речовин в пермеаті, кг/м<sup>3</sup>.

Оцінка ефективності відновлення функціональних властивостей рулонованих мембранних модулів проводилась шляхом порівняння продуктивності до і після регенерації.

Для експериментальних досліджень оцінки ефективності регенерації використовувалися побутові рулоновані зворотноосмотичні мембранні модулі

MICROFILTER TFC-75, FS-TFC 1812-50, CSM RE-1812-50 GPD та USTM M-1261-75G, а також нанофільтраційні мембранні модулі Владіпор ОПМН – П.

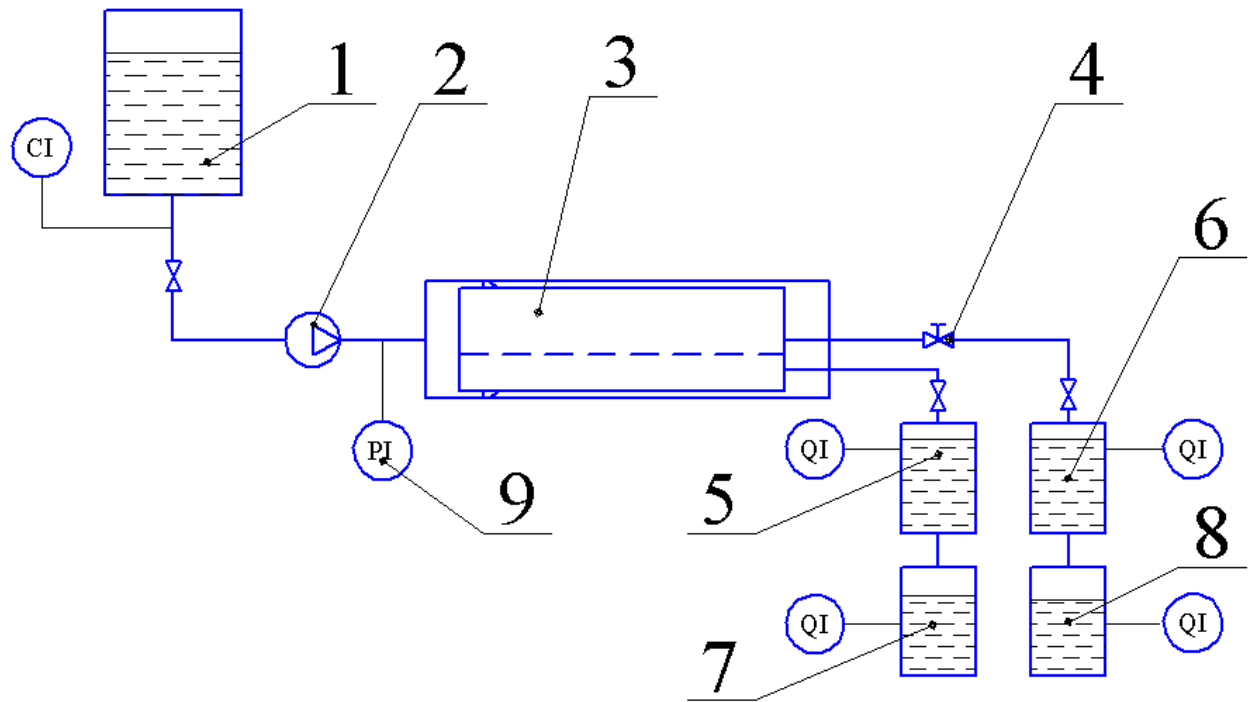
Оскільки наведені мембранні модулі призначені для доочищення водопровідної води і води з колодязів та свердловин, для оцінки селективності мембран після регенерації обрано водопровідну воду (м. Київ, Солом'янський район, загальний солевміст 190-220 мг/дм<sup>3</sup>). Селективність розраховувалася за концентраціями в початковому розчині та пермеаті, яка оцінювалася за показником загального солевмісту (TDS).

Питома продуктивність визначалася об'ємним методом. Разом з тим, водопровідна вода є багатокомпонентним розчином, що ускладнює визначення осмотичного тиску в початковому розчині. Крім того, в такому випадку ускладнене визначення опору концентраційної поляризації. Тому для збільшення точності визначення ефективності відновлення продуктивності мембрани в якості тестового робочого розчину використовувалася знесолена вода з загальним солевмістом 5-15 мг/дм<sup>3</sup>. За таких умов, осмотичний тиск і поляризаційні явища нехтовно малі і сумарний опір перенесенню буде визначатися лише опором мембрани та опором шару забруднень. Тому зміна питомої продуктивності мембранного модуля буде визначатися лише зміною опору шару осаду.

Отже для визначення ефективності регенерації рулонованих мембранних модулів необхідно забезпечити вимірювання витрат пермеату, концентрації в початковому розчині та пермеаті. На додачу, для контролю матеріального балансу доцільно вимірювати витрату та концентрацію ретентату. Для визначення сумарного опору необхідно визначати робочий тиск мембранного розділення та коефіцієнт динамічної в'язкості при заданій температурі.

Для перевірки ефективності регенерації забруднених рулонованих мембранних модулів було розроблено експериментальний стенд, схема якого представлена на рисунку 4.1. Фотографія установки показана на рисунку 4.2.

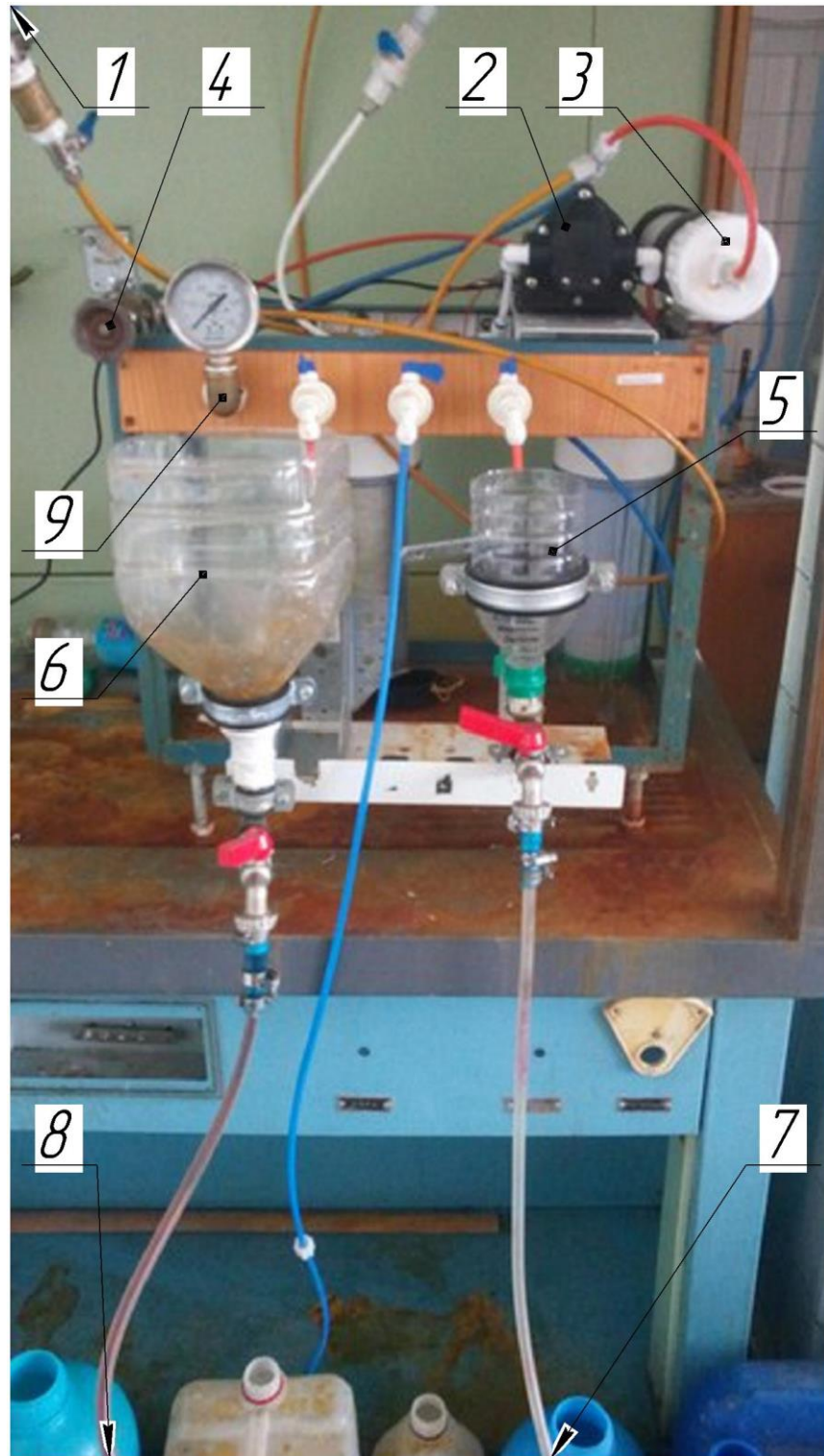




1 – ємність з початковим розчином; 2 – насос; 3 – мембранний апарат з рулонованим модулем; 4 – регулювальний кран; 5 – ємність вимірювання витрат пермеату; 6 – ємність для вимірювання витрат ретентату; 7 – збірник пермеату; 8 – збірник ретентату; 9 – манометр;

**Рисунок 4.1 – Схема експериментальної установки для перевірки ефективності регенерації рулонованих мембранних модулів**

Установка передбачає вимірювання витрат пермеату та ретентату об'ємним методом, за допомогою ємностей 5 та 6 з точністю  $\pm 2$  мл та  $\pm 10$  мл відповідно (прямим вимірюванням підлягало вимірювання об'єму та часу), які також дозволяли проводити вимірювання загального солевмісту за допомогою портативного TDS-метра, з точністю до  $1 \text{ мг/дм}^3$ . Концентрація початкової суміші також визначалася портативним TDS-метром. Робочий тиск вимірювався манометром PI, температура контролювалася за допомогою хромель-копелевих термопар та програмного модуля IndexTem з точністю до  $0,2 \text{ }^\circ\text{C}$  (на схемі не показаний).



1 – ємність з початковим розчином; 2 – насос; 3 – мембранний апарат з рулонованим модулем; 4 – регулювальний кран; 5 – ємність вимірювання витрат пермеату; 6 – ємність для вимірювання витрат ретентату; 7 – збірник пермеату; 8 – збірник ретентату; 9 – манометр;

**Рисунок 4.2 – Фотографія установки установки для перевірки ефективності регенерації рулонованих мембранних модулів**

Розрахунок похибок прямого та непрямого вимірювань виконувався тими ж методиками, що і підрозділі 3.2 [173-175]. Результати розрахунку похибок вимірювань наведені в додатку А.

## **4.2 Експериментальна перевірка адекватності фізичної моделі**

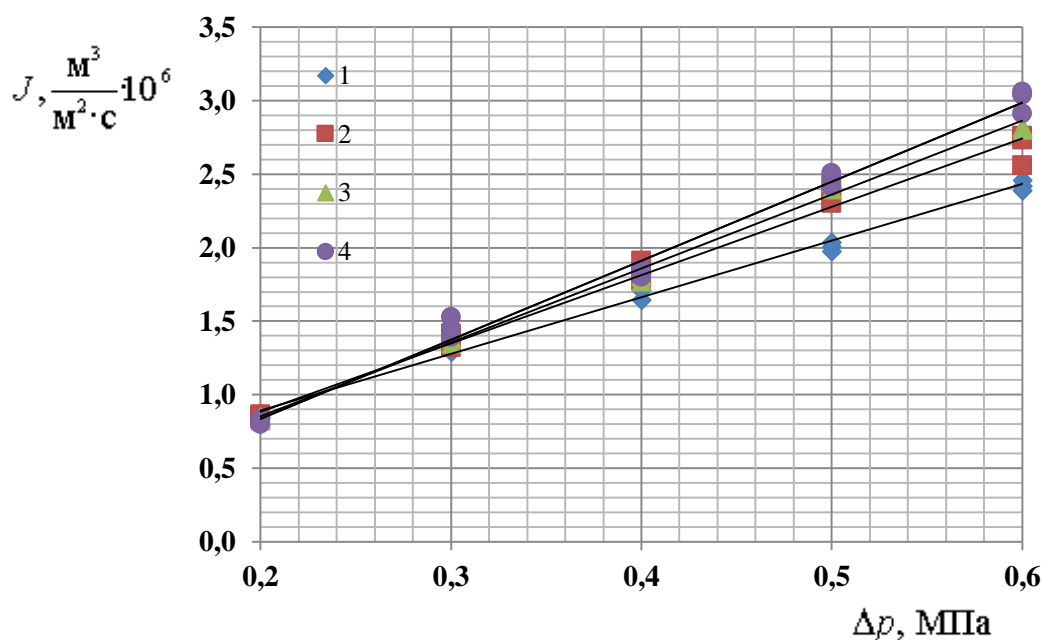
### **4.2.1 Визначення функціональних властивостей мембран після регенерації при розділенні водопровідної води**

Визначення функціональних властивостей проводилося відповідно до методики описаною в підрозділі 4.1, проведено експериментальні дослідження щодо ефективності регенерації забруднених модулів. Процес регенерації проводився відповідно до методики, описаної в п.п. 2.2 та 3.2. Дослідження проводилися для різних типів зворотноосмотичних та нанофільтраційних мембранних модулів забруднених за різних умов. Фрагмент результатів експериментальних досліджень представлений в додатку Г.

Для попередньої оцінки ефективності регенерації було проведено регенерацію мембранного модуля Aquafilter TFC-75 (виробництво США), який був забруднений при роботі в реальних умовах при розділенні водопровідної води та сольових розчинів, в тому числі з підвищеними концентраціями. Параметри продуктивності та селективності модуля до забруднення були не відомі. Залежність потоку пермеату (питомої продуктивності) мембранного модуля до обробки і після різних видів обробки показана на рисунку 4.3.

Для мембранного модуля Aquafilter TFC-75 проводилися три цикли регенерації з використанням в якості промивного розчину знесоленої води (загальний солевміст  $15 \text{ мг/дм}^3$ ), розчину лимонної кислоти (концентрацією  $5 \text{ г/дм}^3$ ) та розчину гідрокарбонату натрію (концентрація  $5 \text{ г/дм}^3$ ). Процес регенерації тривав 15 хвилин, однак при обробці розчином лимонної кислоти відбулося порушення стабільної роботи насоса і заданого значення тиску не було досягнуто (абсолютний тиск становив більше, ніж  $0,07 \text{ МПа}$ ). Крім того,

візуально не спостерігалось утворення парових бульбашок при зливанні промивного розчину. В результаті обробки знесолею водою було досягнуто зростання продуктивності на 8,57% (значення коефіцієнта регенерації  $\psi$  становило 0,0857), після обробки розчином лимонної кислоти та розчини гідрокарбонату натрію продуктивність зростала на 0,883% ( $\psi = 0,00883$ ) та 2,3% ( $\psi = 0,023$ ), відповідно. Процес проводився при значенні критерію Рейнольдса  $Re = 20$ .



1 – потік до регенерації; 2 – потік після першої стадії обробки; 3 – потік після другої стадії обробки; 4 – потік після третьої стадії обробки

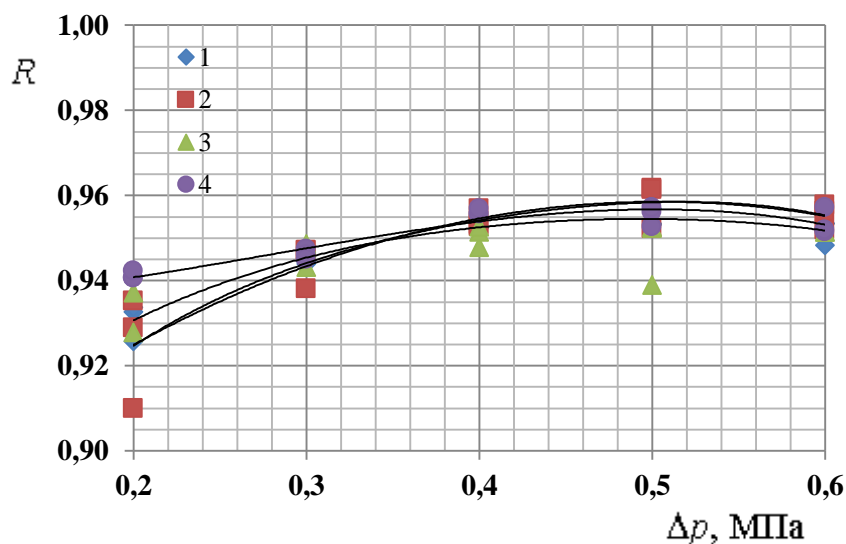
**Рисунок 4.3 – Потік пермеату мембранного модуля Aquafilter TFC-75**

Вплив процесу регенерації на селективність мембранного модуля Aquafilter TFC-75 показано на рисунку 4.4.

Зміна величини коефіцієнта розділення після кожного з циклів регенерації не перевищувала 1%, що менше похибки вимірювання. При цьому значення  $R$  були межах 0,9–0,96, що відповідає селективності мембран даного класу.

Отже по результати попередньої оцінки ефективності регенерації показують, що можливо досягти збільшення потоку пермеату рулонованого

мембранного модуля, при збереженні селективності. Низьке значення коефіцієнта регенерації, отримане при використанні в якості промивного розчину водного розчину гідрокарбонату натрію, імовірно пов'язане з несприятливими умовами розчинення в лужному середовищі. У випадку використання розчину лимонної кислоти імовірною причиною негативного результату є порушення гідродинамічного режиму при обробці.



1 – селективність до регенерації;

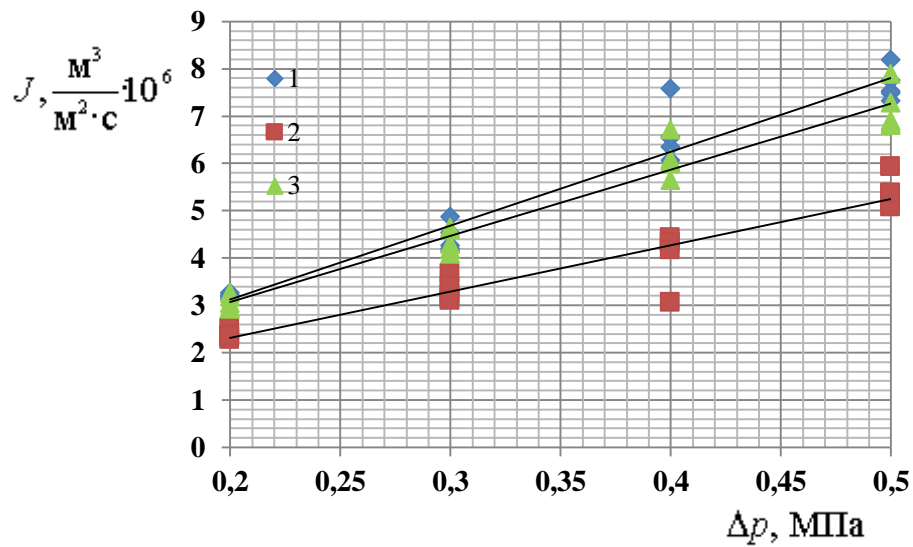
2 – селективність першої стадії обробки; 3 – селективність після другої стадії обробки; 4 – селективність після третьої стадії обробки

**Рисунок 4.4 – Коефіцієнт розділення (селективність) мембранного модуля Aquafilter TFC-75**

Аналогічні дослідження проводилися з мембранним модулем Microfilter TFC TW30-1812-50 (виробництво Корея), який був забруднений в модельних умовах (рисунок 4.5).

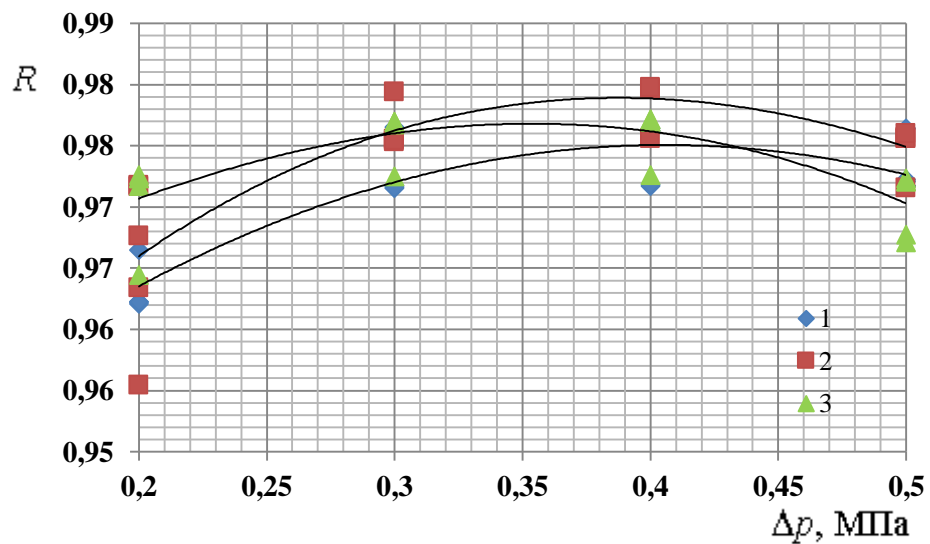
Модельне забруднення здійснювалося при навантаженні в робочих умовах, шляхом подавання на розділення розчинів з підвищеним солемістом (в межах TDS 350-1000 мг/дм<sup>3</sup>) при підвищених тисках ( $p = 0,8$  МПа) і понижених швидкостях руху розділюваного розчину в модулі ( $W \leq 0,01$  м/с) (тобто в умовах, сприятливих до розвитку концентраційної поляризації). В модельного забруднення потік пермеату знизився на 27,56% або становив

72,44% від потоку чистої мембрани, що менше за рекомендовані межі забруднення [102].



1 – потік чистої мембрани; 2 – потік після забруднення; 3 – потік після регенерації

**Рисунок 4.5 – Потік пермеату мембранного модуля  
Microfilter TFC TW30-1812-50**



1 – селективність чистої мембрани; 2 – селективність після забруднення; 3 – селективність після регенерації

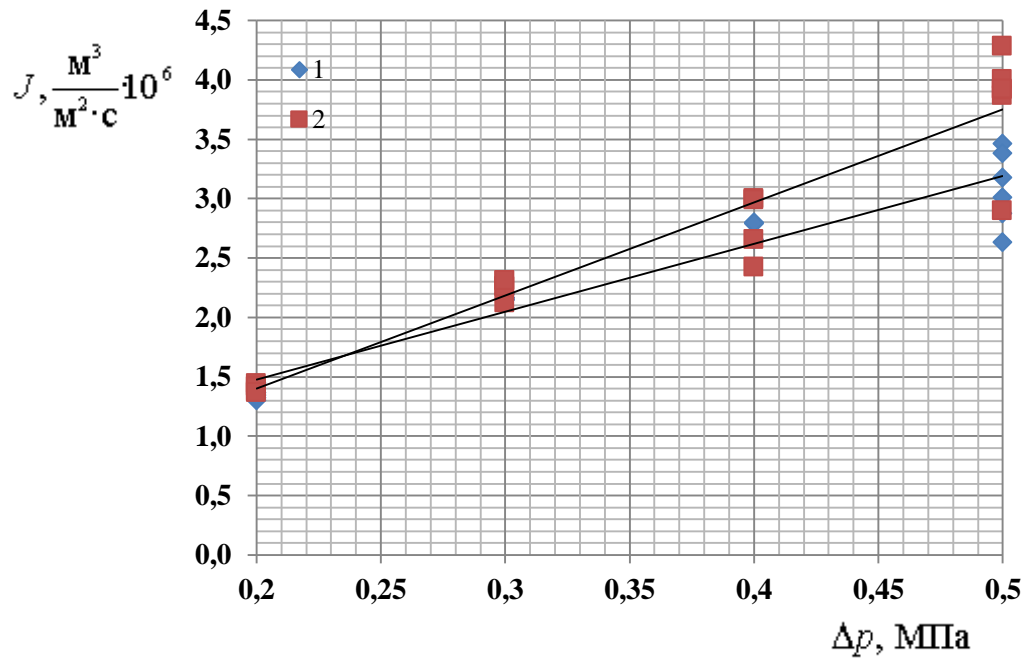
**Рисунок 4.6 – Коефіцієнта розділення (селективність) мембранного  
модуля Microfilter TFC TW30-1812-50**

При регенерації даного модуля в якості промивного розчину використовувався водний розчин лимонної кислоти ( $5 \text{ г/дм}^3$ ). Процес регенерації включав три стадії регенерації в умовах розрідження ( $p = 0,009 \text{ МПа}$ ,  $t = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ ) протягом 15 хвилин. В результаті після першої стадії регенерації продуктивність зросла на  $15,46 \%$  ( $\psi = 0,1546$ ), після другої – на  $9,1 \%$  ( $\psi = 0,091$ ), після третьої – на  $9,325 \%$  ( $\psi = 0,09325$ ). Відповідно, після першої стадії регенерації потік пермеату становив  $80,29 \%$  від потоку чистої мембрани, після другої –  $87,47 \%$ , після третьої –  $95,5 \%$ . Тобто було досягнуто практично повне відновлення продуктивності мембрани. При цьому коефіцієнт розділення після регенерації змінювався менше, ніж на  $1 \%$ , і становив  $0,955\text{--}0,98$  (рисунок 4.6).

Такі результати підтверджують ефективність запропонованого методу регенерації, а також свідчать про їх відтворюваність. Водночас підтверджується припущення, що при обробці мембрани Aquafilter TFC-75 низька ефективність регенерації при використанні розчину лимонної кислоти була обумовлена порушенням умов проведення процесу, тобто регенерація проводилася за відсутності явища температурної кавітації.

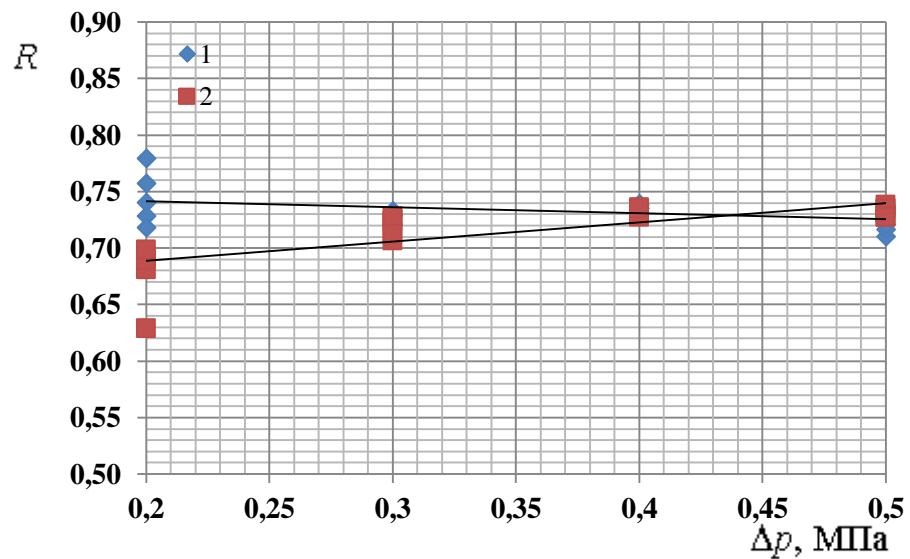
Окрім мембранних модулів для зворотного осмосу проводилися експерименти з регенерації забруднених нанофільтраційних рулонованих модулів. На рисунках 4.7 та 4.8 показані залежності  $J=f(\Delta p)$  та  $R=f(\Delta p)$  після регенерації нанофільтраційного модуля Владіпор ОПМН – П (виробництво Російська Федерація).

Нанофільтраційний модуль Владіпор ОПМН – П був забруднений при проведенні експериментальних дослідження з розділення розчинів, що моделювали морську воду. Умови регенерації відповідали умовам регенерації модуля Microfilter TFC TW30-1812-50. Результати регенерації аналогічні попереднім – після регенерації спостерігається зростання продуктивності (на  $6,127 \%$  або  $\psi = 0,06127$ ) при відсутності суттєвих змін в селективності (коефіцієнт розділення залишався в межах  $0,6\text{--}0,8$ , що відповідає значенням, характерним для нанофільтраційних мембран).



1 – потік до регенерації; 2 – потік після регенерації

**Рисунок 4.7 – Потік пермеату мембранного модуля Владіпор ОПМН – П**



1 – селективність до регенерації; 2 – селективність після регенерації

**Рисунок 4.8 – Коефіцієнта розділення (селективність) мембранного модуля Владіпор ОПМН – П**

Отже, результати експериментальної перевірки ефективності регенерації з використанням в якості тестового розчину водопровідної води показують, що запропонована в роботі спосіб регенерації дозволяє відновити



продуктивність забруднених мембранних модулів до практично повного їх відновлення (до 95 % від початкової продуктивності), при збереженні селективності.

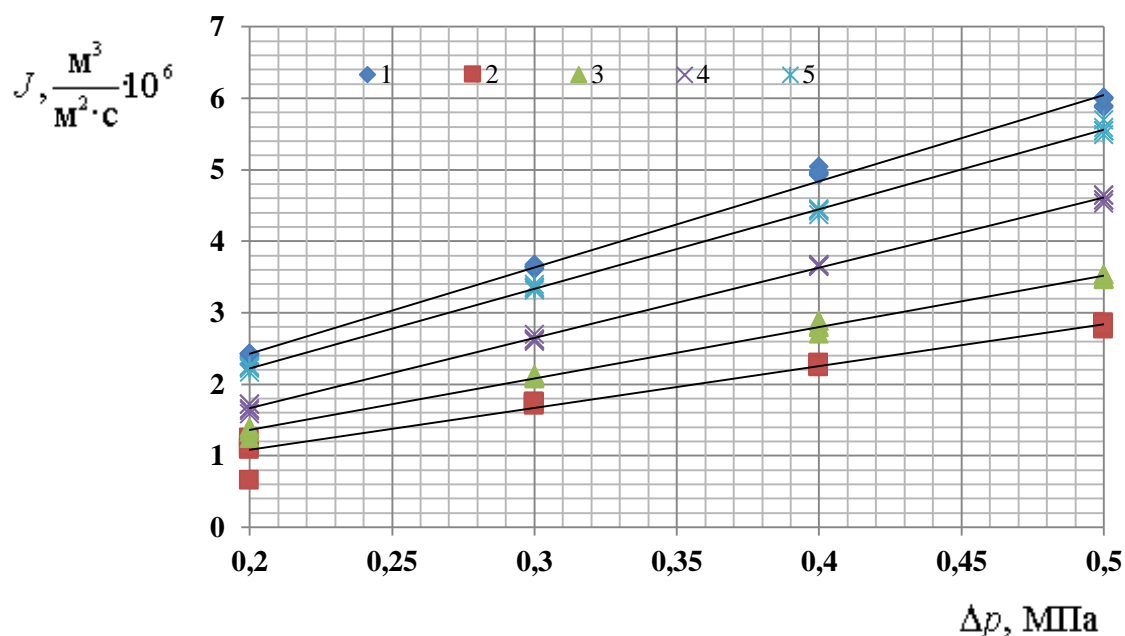
Але такі результати не дозволяють зробити висновок щодо причин підвищення продуктивності, оскільки згідно рівняння (4.1) за однакових робочих тисків та температур потік пермеату визначається величиною осмотичного тиску початкового розчину та загальним опором перенесенню, який включає опір мембрани, опір шару концентраційної поляризації, опором шару забруднень та опором заблокованих пор (останній не характерний для процесів зворотного осмосу та нанофільтрації при розділенні розчинів неорганічних речовин [11]). Збільшення тангенса кута нахилу апроксимуючих прямих виду  $J = A(\Delta p - \Delta \pi)$  на рисунках 4.3, та 4.5 та 4.7 свідчить, що зростання потоку обумовлено зменшення сумарного опору. Однак наявність опору шару концентраційної поляризації (наявність максимумів на рисунках 4.4 та 4.6 свідчить про розвиток концентраційної поляризації при робочих тисках понад 0,4 МПа) не дозволяє обґрунтовано стверджувати, що продуктивність мембранних модулів зростає внаслідок розчинення шару осаду і, відповідно, зменшення даного типу опору. Враховуючи склад водопровідної води та конструкцію рулонованого модуля, визначення опору шару концентраційної поляризації ускладнене як експериментальним так і розрахунковим чином. Також ускладнене визначення величини осмотичного тиску. Використання монокомпонентних тестових розчинів не дозволяє усунути всі труднощі з визначенням опорів, тому подальшу перевірку ефективності регенерації було вирішено проводити з використанням в якості тестового розчину чистого розчинника (знесоленої води з загальним солевмістом 5-15 мг/дм<sup>3</sup>).

#### **4.2.2 Експериментальне підтвердження робочої гіпотези**

Метою експеримента полягала в перевірці робочої гіпотези, згідно з якою зростання продуктивності обумовлене зменшенням опору шару осаду.

Дослідження було проведено для мембранного модуля USTM M-1261-75G (виробництво Польща). Мембранний модуль був штучно забруднений розчином хлориду заліза (III) шляхом подавання на розділення розчинів  $\text{FeCl}_3$  підвищеної концентрації (100-200  $\text{мг/дм}^3$ ). Внаслідок забруднення потік пермеату зменшився на 54 %, що суттєво менше за рекомендовані допустимі рівні забруднення мембранних модулів такого типу. Фрагмент результатів досліджень наведений в додатку Г.

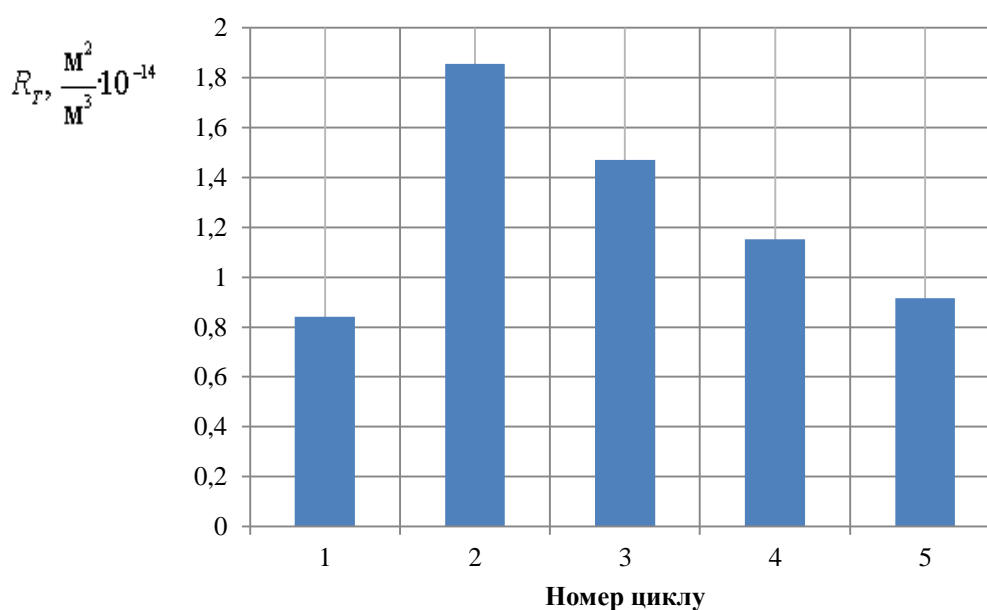
Забруднений мембранний модуль підлягав регенерації з використанням в якості промивного розчину знесоленої води та розчину лимонної кислоти (концентрація 5  $\text{г/дм}^3$ ). Тривалість регенерації становила 30 хвилин, було проведено три цикли регенерації. Результати регенерації показані на рисунках 4.9–4.11.



1 – потік чистої мембрани; 2 – потік після забруднення; 3 – потік після першого циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода); 4 – потік після другого циклу регенерації (промивний розчин – розчин лимонної кислоти, 5  $\text{г/дм}^3$ ); 5 – потік після третього циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода)

**Рисунок 4.9 – Потік пермеату мембранного модуля USTM M-1261-75G**

В результаті регенерації після першого циклу потік пермеату зріс на 24,43 % ( $\psi = 0,2443$ ), після другого – на 27,83 % ( $\psi = 0,2783$ ), після третього – на 25,6 % ( $\psi = 0,256$ ). Відповідно продуктивність мембранного модуля після першого циклу регенерації становила 57,29 % від продуктивності чистого модуля, після другого – 73,23 %, після третього 91,98 %. Відповідно, в результаті егенерації зменшувався сумарний опір перенесенню речовини через мембрану, як показано на рисунку 4.10.

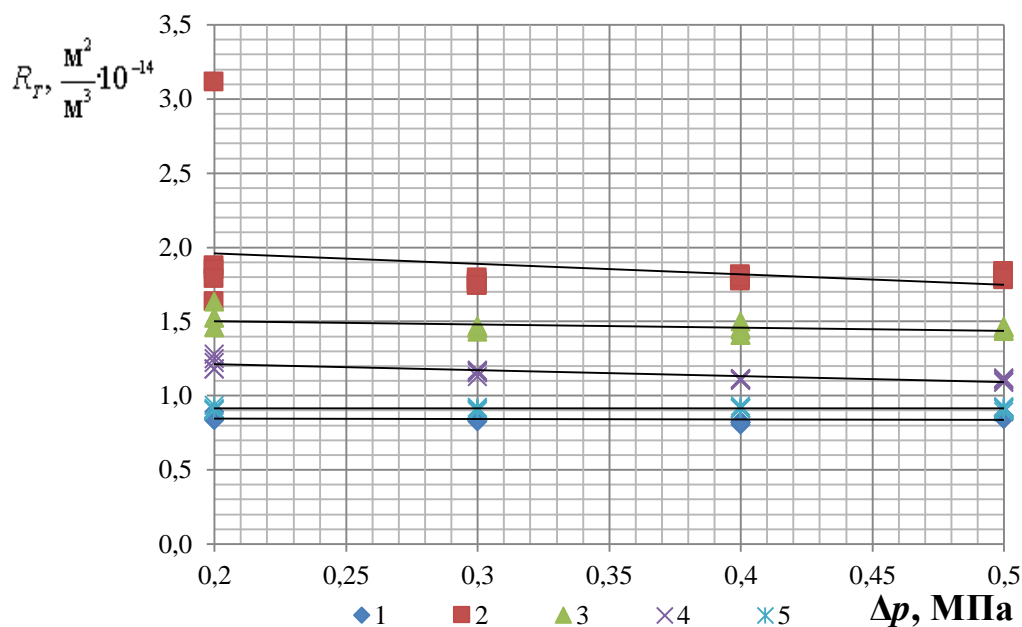


1 – опір чистої мембрани; 2 – опір після забруднення; 3 – опір після першого циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода); 4 – опір після другого циклу регенерації (промивний розчин – розчин лимонної кислоти, 5 г/дм<sup>3</sup>); 5 – опір після третього циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода)

**Рисунок 4.10 – Зміна загального опіру мембранного модуля USTM M-1261-75G після різних циклів регенерації**

Нехтовно мале значення осмотичного тиску в умовах експериментів підтверджує, що причиною зростання продуктивності було зменшення загального опору мембрани (що також підтверджується збільшенням тангенсу кута нахилу апроксимуючих прямих на рисунку 4,9). При цьому величина

загального опору залишається практично постійною при зміні робочого тиску (відхилення від середнього значення не перевищують 15 %), отже величина опору шару концентраційної поляризації була нехтовно малою, вказує на те, що відновлення продуктивності було досягнуто шляхом зменшення опору шару осаду, яке було досягнуто шляхом його видалення.



1 – опір чистої мембрани; 2 – опір після забруднення; 3 – опір після першого циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода); 4 – опір після другого циклу регенерації (промивний розчин – розчин лимонної кислоти, 5 г/дм<sup>3</sup>); 5 – опір після третього циклу регенерації (промивний розчин – знесолена вода)

**Рисунок 4.11 – Загальний опір мембранного модуля USTM M-1261-75G після різних циклів регенерації**

Таким чином, наведені результати експериментальних досліджень підтверджують робочу гіпотезу фізичної моделі, а також ефективність запропонованого способу регенерації забруднених рулонованих мембранних модулів для зворотного осмосу та нанофільтрації із застосуванням температурної кавітації із застосування екологічно-безпечних промивних розчинів.

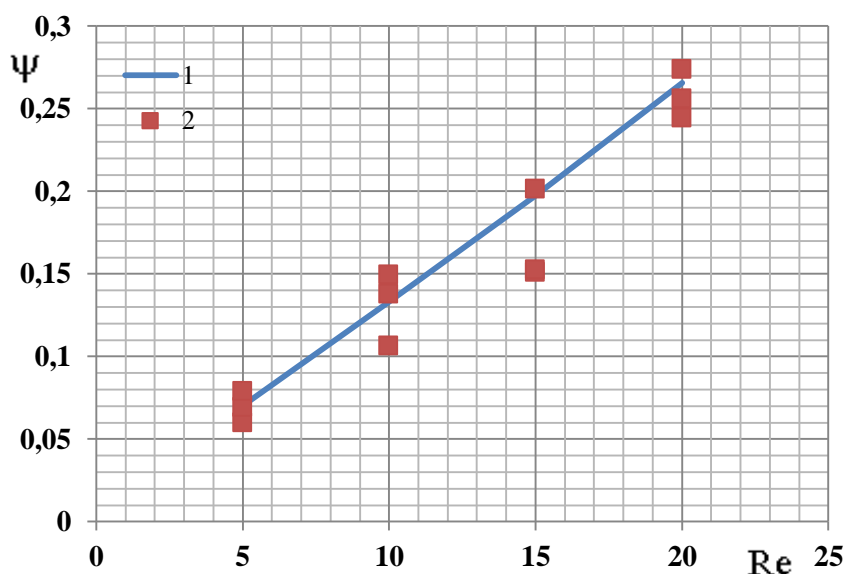
### 4.3 Перевірка адекватності математичної моделі

Перевірка адекватності математичної моделі результатам експерименту здійснювалася за шляхом порівняння розрахункових значень коефіцієнта регенерації з експериментально визначеними. Розрахунки та експерименти проводилися для випадку регенерації протягом 20 хвилин в межах зміни критерію Рейнольдса (5-20). Результати представлені в таблиці 4.1 та на рисунку 4.12. В таблиці 4.1 також наведені середні значення коефіцієнтів регенерації, отриманих експериментально, та їхніх дисперсій.

**Таблиця 4.1 – Порівняння розрахункових та експериментальних значень коефіцієнта регенерації**

Приведений критерій Рейнольдса, Re	Коефіцієнт регенерації			Дисперсія експериментальних значень, $s_j^2$
	Розрахункове значення, $\hat{\psi}_j$	Експериментальні значення, $\psi_i$	Середнє експериментальне значення, $\bar{\psi}$	
5	0,0702	0,06001	0,06936	$9,012 \cdot 10^{-5}$
		0,06908		
		0,07899		
10	0,133	0,1133	0,1335	0,00034
		0,1376		
		0,1495		
15	0,1974	0,1511	0,1682	0,00082
		0,2013		
		0,1523		
20	0,2655	0,2443	0,2580	0,00082
		0,2738		
		0,256		

В якості критерію адекватності було обрано критерій Фішера. Перевірка адекватності здійснюється за методикою наведеною в [176]. Розрахунок статистичних величин наведені в додатку Д. Розраховане значення критерію Фішера (дисперсійне відношення) для розглядуваних умов становить  $F = 3,699$ .



1 – результати розрахунків; 2 – результати експериментів

**Рисунок 4.12 – Залежність коефіцієнта регенерації від критерію Рейнольдса**

Для умов проведення перевірки адекватності математичної моделі табличне значення критерію Фішера становить  $F_{1-p} = f(N - l, N(m - 1)) = f(4 - 2, 4(3 - 1)) = f(2, 8) = 4,5$ . Враховуючи, що

$$F = 3,699 < F_{1-p} = 4,5,$$

результати перевірки підтверджують адекватність математичної моделі з імовірністю 0,95.

Таким чином запропонована математична модель задовільно описує процес перечення маси в стіснених умовах в напірному каналі рулонованих мембранних модулів при температурної кавітації та екологічно безпечних промивних розчинів.

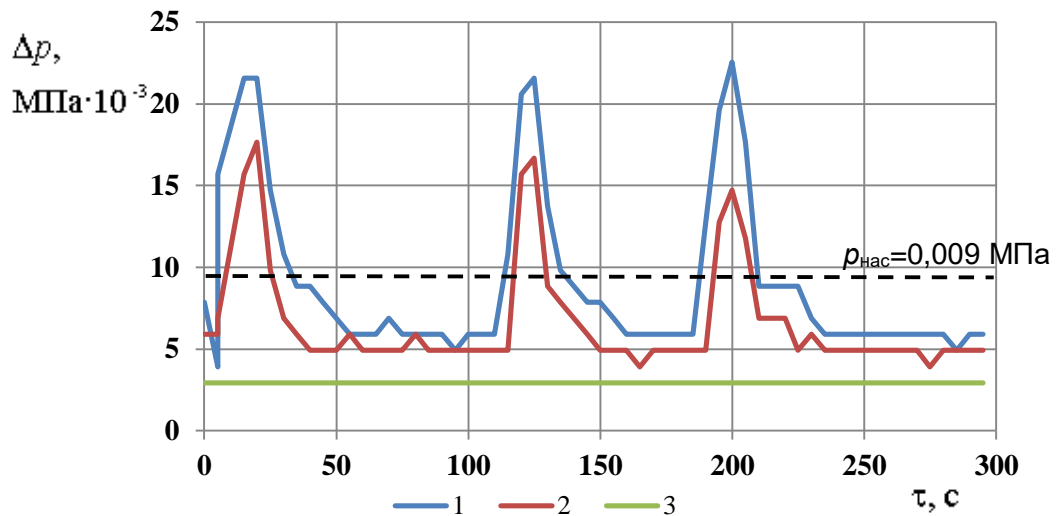
#### 4.4 Інтенсифікація процесу регенерації

В роботах [153, 158] відмічається, що при розчиненні за умов газовиділення можливе формування шару газової фази на поверхні твердої, що блокує доступ розчинника, тобто в таких умовах виникає додатковий опір перенесенню маси. По аналогії, у випадку локального закипання в умовах розрідження можливе зростання опору перенесенню маси при утворенні значної кількості парових бульбашок. Для зниження впливу цього явища було вирішено проводити процес з періодичним підвищенням тиску до вищих значень, порівняно з тиском насичення. В такому разі буде відбуватися стискання парових бульбашок, оновлення поверхні масообміну та колоїдне подрібнення частинок осаду. Для перевірки даної гіпотези були проведені експериментальні дослідження з використанням різних мембранних модулів та характеристик періодичності циклів підвищення тиску (кількість циклів, тривалість промивання при тиску насичення, кількість промивного розчину, який подавався при підвищеного тиску). Робочий тиск варіювався в межах  $5 \cdot 10^{-3} - 25 \cdot 10^{-3}$  МПа, тривалість циклів високого та низького тиску була в межах 30–150 с. Вибір діапазону варіювання тиску при пульсації ґрунтується на положенні фізичної моделі про межі виникнення явища температурної кавітації. Оскільки процес проводиться при температурі 45 °С, температурна кавітації виникає при абсолютних тисках 0,009 МПа, тоді як при тисках понад  $15 \cdot 10^{-3}$  МПа утворення парових бульбашок припиняється (рисунок 2.9).

На рисунку 4.13 наведена динаміка зміни тиску на вході і виході в мембранний модуль при обробці нанофільтраційного мембранного модуля Владіпор ОПМН – П (виробництво Російська Федерація).

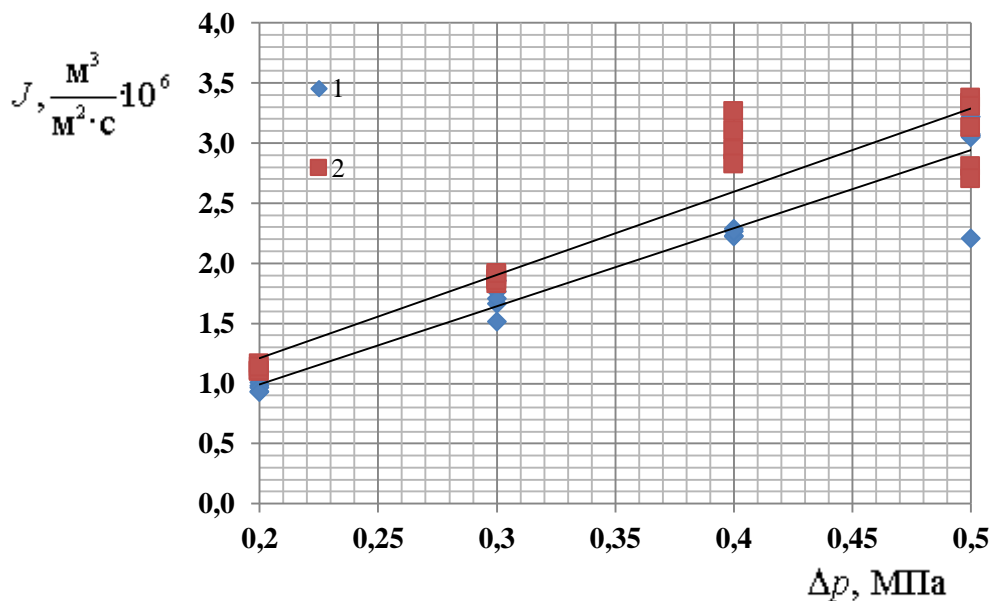
Обробка мембранного модуля Владіпор ОПМН – П здійснювалася з проведенням трьох циклів підвищення тиску з інтервалом між ними 90 секунд. При підвищенні тиску набиралося 0,2 кг промивного розчину (знесоленої води, загальним солевмістом 40 мг/дм<sup>3</sup>). Загальна тривалість регенерації

становила 300 секунд. Перевірка ефективності регенерації проводилася з використанням в якості тестового розчину водопровідної води (рисунок 4.14).



1 – тиск на вході в мембранний модуль; 2 – тиск на виході з мембранного модуля; 3 – тиск в проміжній ємності

**Рисунок 4.13 – Динаміка зміни тиску при регенерації мембранного модуля Владіпор ОПМН – П**



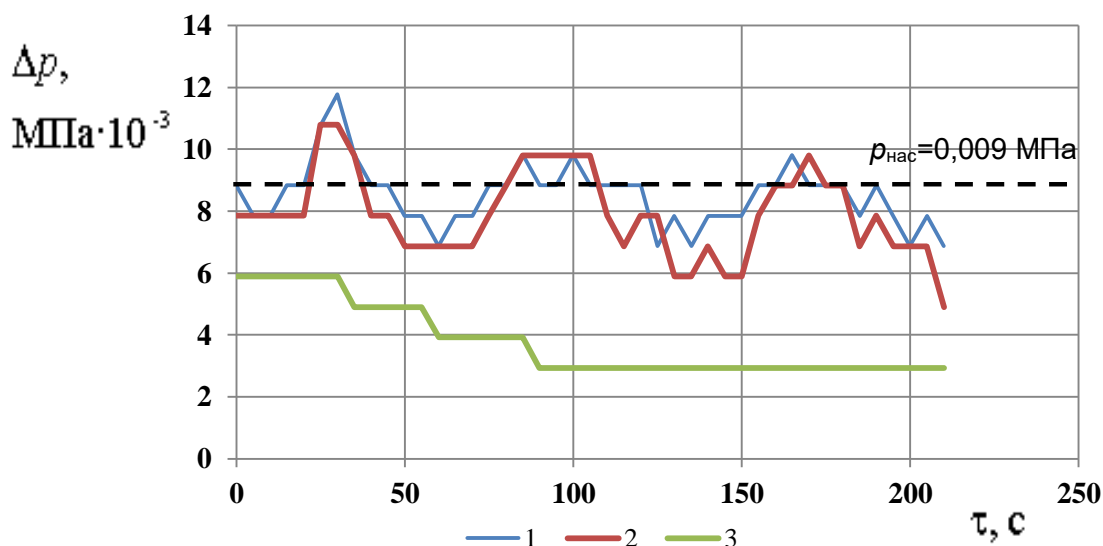
1 – потік до регенерації; 2 – потік після регенерації з періодичним підвищенням тиску

**Рисунок 4.14 – Залежність потоку пермеату від робочого тиску мембранного модуля Владіпор ОПМН – П**



В результаті регенерації було потік пермеату зріс на 14,96 % ( $\psi = 0,1496$ ), що приблизно відповідає підвищенню потоку пермеату, отриманого при обробці мембранного модуля Microfilter TFC TW30-1812-50 (рисунок 4.5). Однак тривалість регенерації при періодичному підвищенні тиску була в тричі менша. Такі результати свідчать, що запропонований метод проведення процесу регенерації дозволяє інтенсифікувати процес розчинення шару осаду. Селективність мембрани залишилася незмінною.

Результати регенерації в аналогічному режимі для обробки зворотно осмотичного мембранного модуля FS TFC 1812–50 (виробництво Китай) наведені на рисунках 4.15 та 4.16.

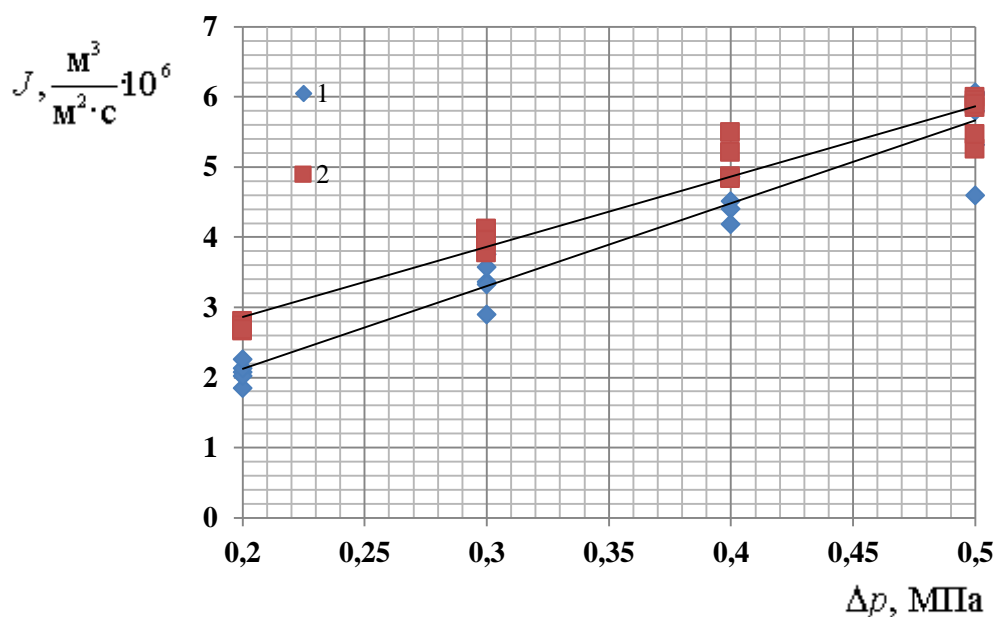


1 – тиск на вході в мембранний модуль; 2 – тиск на виході з мембранного модуля; 3 – тиск в проміжній ємності

**Рисунок 4.15 – Динаміка зміни тиску при регенерації мембранного модуля FS TFC 1812–50**

Процес регенерації проводився з такою ж кількістю циклів та інтервалом між ними, як і у випадку регенерації нанофільтарційного мембранного модуля Владіпор ОПМН – П. При підвищенні тиску набиралося 0,25 кг промивного розчину (знесоленої води, загальним солевмістом 40 мг/дм<sup>3</sup>). Загальна

тривалість регенерації становила 210 секунд. Перевірка ефективності регенерації проводилася з використанням в якості тестового розчину водопровідної води (рисунок 4.13).



1 – потік до регенерації; 2 – потік після регенерації  
з періодичним підвищенням тиску

Рисунок 4.16 – Залежність потоку пермеату від робочого тиску мембранного модуля FS TFC 1812–50

В результаті регенерації було досягнуто збільшення продуктивності модуля на 15,11 % ( $\psi = 0,1511$ ), без зміни селективності. Такі результати свідчать про відтворюваність результатів.

Отже, результати експериментів використання періодичного підвищення тиску при регенерації є ефективним методом інтенсифікації процесу розчинення осаду.

#### 4.5 Вплив базових факторів на ефективність процесу регенерації

Метою експериментальних досліджень є встановлення ступінь впливу на ефективність процесу регенерації. Для цього доцільно скористатися методом

планування експерименту, що дозволить зменшити кількість експериментів [176, 181].

За результатами експериментальних досліджень (п.п. 4.2 та 4.4) встановлено що основними параметрами, що впливають на ефективність процесу регенерації є робоча температура, робочий тиск, склад промивного розчину, а також кількість пульсацій. Крім того, було встановлено, що нейтральні та слабкокислі розчини мають вищу ефективність, ніж лужні.

Визначення факторів впливу проводилося шляхом проведення двох дрібнофакторних експериментів  $2^{3-1}$ . В якості промивного розчину використовувався розчин лимонної кислоти. В першому випадку досліді проводилися за умов сталої течії при постійному, а в якості факторів впливу обрана температура, абсолютний тиск в апараті та концентрацію лимонної кислоти в промивній рідині.

В другому випадку процес протікав в режимі зміни тиску (з періодичним підвищенням тиску вище стану насичення), а факторами впливу були число циклів пульсацій, температура та концентрація лимонної кислоти в промивній рідині. Дослідження для двох режимів проводилося в різних інтервалах концентрації лимонної кислоти в промивному розчині.

Регенерація мембранних модулів проводилася за запропонованою в п.п. 2.1 та 2.2 методикою на розробленій експериментальній установці (рисунок 3.1). Тривалість регенерації модуля становила 10 хвилин при значенні приведенного критерію Рейнольдса  $Re = 20$ . Оцінка ефективності та регенерації проводилася за розробленою методикою (підрозділ 4.1). При цьому, коефіцієнт регенерації  $\psi$  виражався у відсотках.

При регенерації рулонованих модулів в умовах сталої течії та постійному тиску  $\Delta p$ , робочі параметри плану дрібнофакторного експерименту  $\psi = 2^{3-1}$  представлено в таблиці 4.2. Рівняння регресії шукалося у вигляді:

$$\Psi = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3. \quad (4.3)$$

**Таблиця 4.2 – План дрібнофакторного експерименту  $\psi=2^{3-1}$  для режиму промивання при температурній кавітації і постійним тиском**

Незалежні змінні	Позначення	Рівні варіювання			Інтервал варіювання
		верхній	основний	нижній	
$P$ , абсолютний тиск в експериментальній ємності, МПа	$x_1$	0,03	0,0175	0,005	0,0125
$c$ , концентрація лимонної кислоти в промивному розчині, мг/дм <sup>3</sup>	$x_2$	0,5	0,3	0,1	0,2
$T$ , температура, °С	$x_3$	40	27,5	15	12,5

Досліди проводилися згідно матриці планування, результати представленої в таблиці 4,3. Кожен дослід паралельно проводився тричі.

**Таблиця 4.3 – Матриця планування та результати дрібнофакторного експерименту  $2^{3-1}$  для режиму промивання під розрідженням**

№	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_c$
1	+1	+1	+1	8,4	10,4	5,8	8,2
2	-1	-1	+1	4,8	1,4	4,2	3,466
3	-1	+1	-1	5,2	5,4	7,2	5,933
4	+1	-1	-1	7	7,9	4,7	6,533

Обробка результатів та знаходження коефіцієнтів регресійного рівняння проводилася згідно методики наведеною в [176], відповідні розрахунки наведені в додатку Е.

Обробка результатів та знаходження коефіцієнтів регресійного рівняння проводилася згідно методики наведеною в [176], відповідні розрахунки наведені в додатку Е.

Дисперсія коефіцієнтів визначалася за формулою:

$$s_{b_k} = \sqrt{\frac{s_B^2}{mN}}. \quad (4.4)$$

Для всіх коефіцієнтів регресії складалося співвідношення:

$$t_i = \frac{|b_i|}{s_{b_k}}, \quad (4.5)$$

яке порівнювалося з табличним значенням коефіцієнта Стюдента для рівня значущості 0,9 і числа ступенів свободи  $f = N(m - 1)$ . За результатами досліджень рівняння (4.3) набуває вигляду:

$$\psi = 6,033 + 1,333 \cdot x_1 + 1,033 \cdot x_2 - 0,2x_3. \quad (4.6)$$

де

$$x_1 = \frac{p - 0,0175 \text{ МПа}}{0,0125 \text{ МПа}}. \quad (4.7)$$

$$x_2 = \frac{c - 0,3 \text{ мг/дм}^3}{0,2 \text{ мг/дм}^3}. \quad (4.8)$$

$$x_3 = \frac{T - 27,5 \text{ }^\circ\text{C}}{12,5 \text{ }^\circ\text{C}}. \quad (4.9)$$

Оцінка значущості коефіцієнтів наведена в таблиці 4.4.

**Таблиця 4.4 – Оцінка значущості коефіцієнта регресії**

Коефіцієнт регресії	Значення коефіцієнта регресії	Рівень значущості	Коефіцієнт Стюдента	Оцінка значущості коефіцієнтів
$b_0$	6,033	11,8	1,86	значущий
$b_1$	1,333	2,61	1,86	значущий
$b_2$	1,033	2,021	1,86	значущий
$b_3$	-0,2	0,391	1,86	не значущий

З урахуванням таблиці 4.4, рівняння регресії набуває вигляду:

$$\psi = 6,033 + 1,333 \cdot x_1 + 1,033 \cdot x_2. \quad (4.10)$$

Або в реальних координатах:

$$\psi = 6,033 + 1,333 \cdot \frac{p - 0,0175}{0,0125} + 1,033 \cdot \frac{c - 0,3}{0,2}. \quad (4.11)$$

Адекватність отриманого регресійного рівняння перевірялася за критерієм Фішера. Значення розрахованого параметра  $F=4,327$  є меншим від критичного  $F_{кр}=5,3$ , тобто виконується умова:

$$F \leq F_{кр}, \quad (4.12)$$

що підтверджує адекватність регресійного рівняння.

Для більш детального визначення впливу окремих параметрів на коефіцієнт регенерації побудуємо залежності  $\psi_i = f(z_i)$  при фіксованих значеннях інших параметрів в центрі плану експерименту. Всі залежності будуть лінійними.

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= 6,033 && \text{при } x_1 = x_2 = 0 \\ \psi_1 &= 6,033 + 1,333x_1 && \text{при } x_3 = 0 \\ \psi_2 &= 6,033 + 1,033x_3 && \text{при } x_1 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.13)$$

Для даного випадку та умов проведення експерименту область раціональних значень можна визначити з рисунку 4.17.

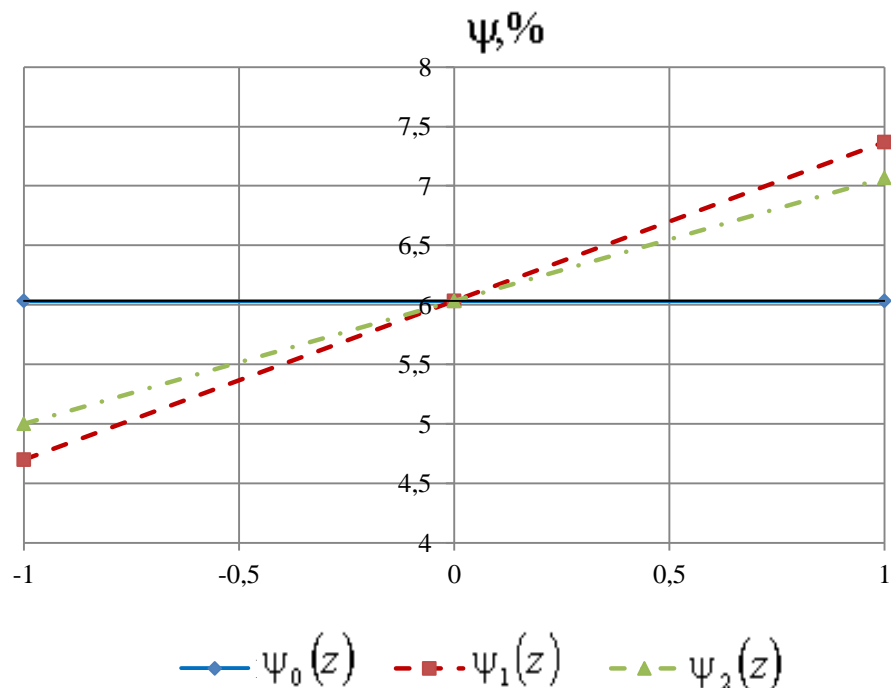


Рисунок 4.17 – Дослідження функції  $\psi_i = f(z_i)$

Отже, одержане регресійне рівняння, яке з вірогідністю 0,9 описує процес регенерації рулонованих мембранних модулів за умов температурної кавітації та сталого тиску. Сформульовані напрямки зміни технологічних параметрів для визначення оптимальної області проведення процесу.

Аналогічні дослідження проведені для регенерації при періодичному підвищенні тиску. План експерименту представлений в таблиці 4.5.

**Таблиця 4.5 – План дрібнофакторного експерименту  $\psi=2^{3-1}$  при пульсації тиску ( $p=5-20 \cdot 10^{-3}$  МПа,  $t=30-40$  °C).**

Незалежні змінні	Позначення	Рівні варіювання			Інтервал варіювання
		верхній	основний	нижній	
Число циклів тиску	$x_1$	3	5	7	2
$T$ , температура, °C	$x_2$	40	35	30	5
$c$ , концентрація лимонної кислоти в промивному розчині, мг/дм <sup>3</sup>	$x_3$	1,0	0,75	0,5	0,25

Матриця планування експерименту при періодичному підвищенні тиску представлена в таблиці 4.6.

Обробка результатів проводилася аналогічно до обробки результатів експериментів при сталому тиску. Результати розрахунків наведені в додатку Е.

**Таблиця 4.6 – Матриця планування та результати дрібнофакторного експерименту  $2^{3-1}$  при пульсації тиску**

№	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_c$
1	+1	+1	+1	+1	11,33	10,77	7,092	9,73
2	+1	-1	-1	+1	6,001	1,016	1,58	2,865
3	+1	-1	+1	-1	15,23	20,13	7,096	14,152
4	+1	+1	-1	-1	11,72	8,483	13,775	11,33

За результати досліджень шукане регресійне рівняння набуває вигляду:

$$\psi = 9,519 + 1,001 \cdot x_1 + 2,423 \cdot x_2 - 3,221 \cdot x_3. \quad (4.14)$$

де

$$x_1 = \frac{n-5}{2}. \quad (4.15)$$

$$x_2 = \frac{t-35^{\circ}\text{C}}{5^{\circ}\text{C}}. \quad (4.16)$$

$$x_3 = \frac{c-0,75\text{мг/дм}^3}{0,25\text{мг/дм}^3}. \quad (4.17)$$

Оцінка значущості коефіцієнтів наведена в таблиці 4.7.

**Таблиця 4.7 – Оцінка значущості коефіцієнта регресії**

Коефіцієнт регресії	Значення коефіцієнта регресії	Рівень значущості	Коефіцієнт Стюдента	Оцінка значущості коефіцієнтів
$b_0$	9,519	8,295	1,86	значущий
$b_1$	1,001	0,8798	1,86	не значущий
$b_2$	2,423	2,111	1,86	значущий
$b_3$	-3,221	2,806	1,86	значущий

З урахуванням таблиці 4.7, рівняння регресії набуває вигляду:

$$\psi = 9,519 + 2,423 \cdot x_2 - 3,221 \cdot x_3. \quad (4.18)$$

Або в реальних координатах:

$$\psi = 9,519 + 2,423 \cdot \frac{t-35}{5} - 3,221 \cdot \frac{c-0,75}{0,25}. \quad (4.19)$$

Адекватність отриманого регресійного рівня перевірялася за критерієм Фішера. Значення розрахованого параметра  $F = 5,23$  є меншим від критичного

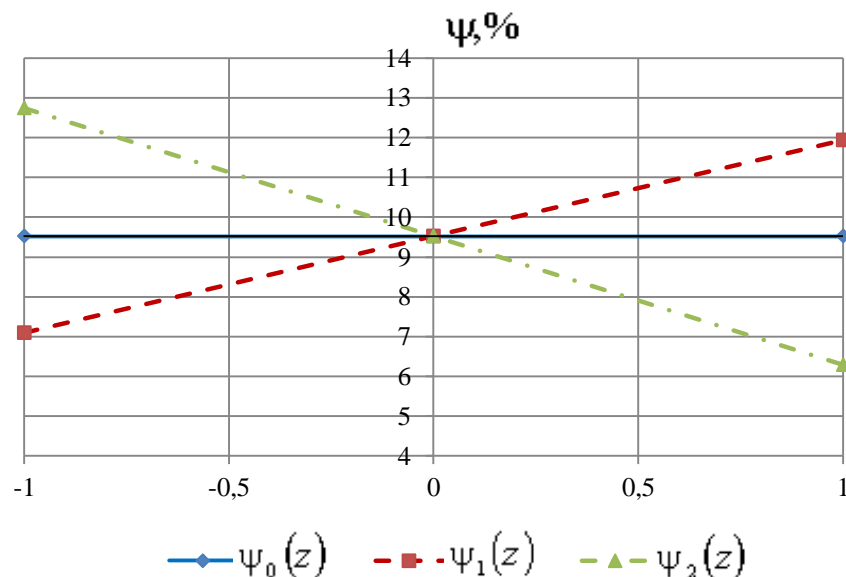


$F_{кр} = 5,3$ , тобто виконується умова (4.12) що підтверджує адекватність регресійного рівняння.

Для більш детального визначення впливу окремих параметрів на коефіцієнт регенерації побудуємо залежності  $\psi_i = f(z_i)$  при фіксованих значеннях інших параметрів в центрі плану експерименту. Всі залежності будуть лінійними.

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= 9,519 && \text{при } x_2 = x_3 = 0 \\ \psi_1 &= 9,519 + 2,423x_2 && \text{при } x_3 = 0 \\ \psi_2 &= 9,519 - 3,221x_3 && \text{при } x_2 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.20)$$

Для даного випадку та умов проведення експерименту область раціональних значень можна визначити з рисунку 4.18.



**Рисунок 4.18 – Дослідження функції  $\psi_i = f(z_i)$**

Отже, одержане регресійне рівняння, яке з вірогідністю 0,9 описує процес регенерації рулонованих мембранних модулів за умов температурної кавітації та та пульсації тиску. Сформульовані напрямки зміни технологічних параметрів для визначення оптимальної області проведення процесу.

Для режиму періодичного підвищення тиску досягнуто більші значення коефіцієнту регенерації, зокрема при нульовому рівні значущих параметрів в рівняннях (4.3) та (4.6) для випадку періодичного підвищення тиску величина

даного коефіцієнта більша в 1,6 рази більший, порівняно з режимом промивання під розрідженням. Отже, одержані результати свідчать про ефективність періодичного підвищення тиску в промивній камері вище тиску насичення для інтенсифікації процесу вилучення осаду за рахунок турбулізації пограничного шару та оновлення поверхні контакту фаз, підтверджуються за результатами планування експерименту.

При промиванні під розрідженням незначним параметром виявилася температура, а при періодичному підвищенні тиску – число циклів тиску. Незначний вплив на температури, якщо вона суцільно не відрізняється від температури насичення, узгоджується з результатами розрахунку за математичною моделлю. Отже вибір температури має визначатися з умов термічної стійкості модуля.

Максимальна ефективність в обох випадках досягалася при концентрації лимонної кислоти 0,5 мг/л в промивному розчині, що підтверджує визначальний вплив явища температурної кавітації.

### **Висновки до розділу:**

Експериментально встановлено, що застосування температурної кавітації при тисках 0,005-0,009 МПа та температурах 40-45 °С при регенерації рулонованих мембранних модулів типу TFC-75 дозволяє досягнути відновлення до 95% від початкової продуктивності без зміни селективності.

Результати експериментів з використанням в якості тестового розчину знесоленої води (загальним солемістом 5-15 мг/дм<sup>3</sup>) підтверджують можливість відновлення продуктивності до 92% від початкового стану мембранних модулів типу TFC-75, що підтверджує гіпотезу, що зростанням продуктивності після регенерації обумовлене зменшенням опору шару осаду.

Експериментально підтверджена гіпотеза, що пульсаційна зміна робочого тиску в промивній камері в межах  $5 \cdot 10^{-3}$ – $25 \cdot 10^{-3}$  МПа з інтервалом 30-150 с дозволила підвищити коефіцієнт регенерації в 1,5 рази.

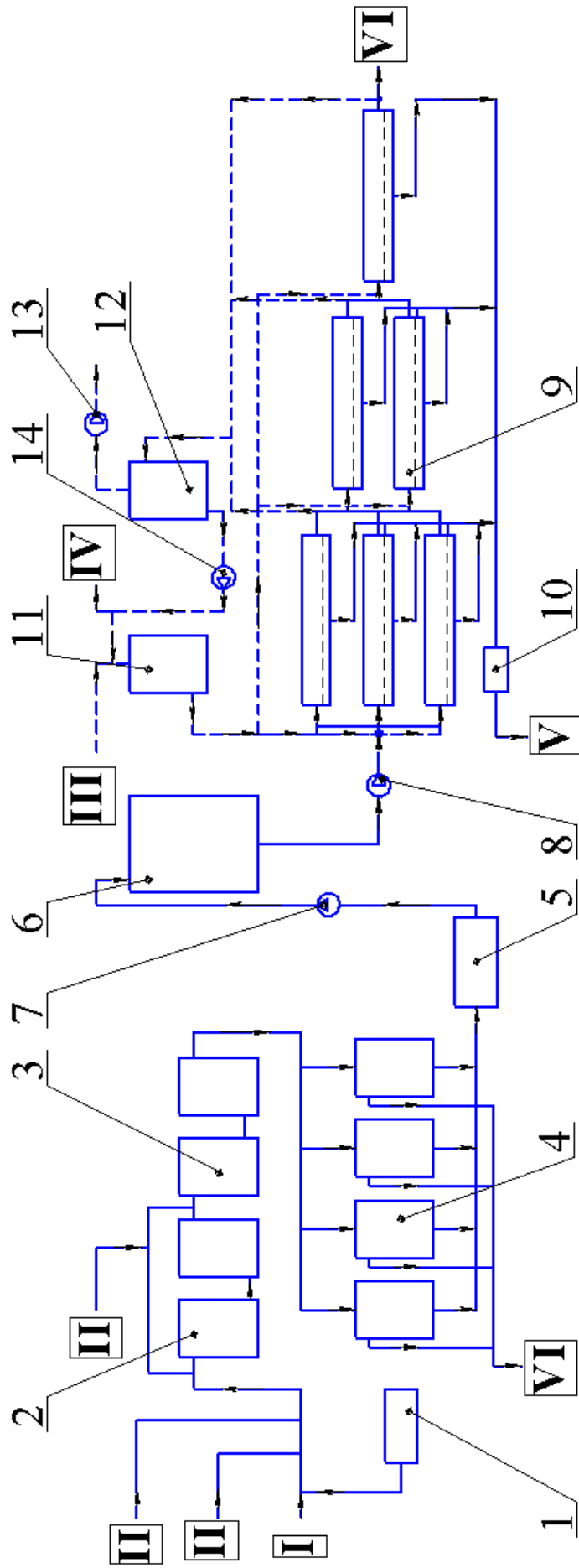
## 5. ОБГРУНТУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

### 5.1 Технічні пропозиції

Сучасні тенденції розвитку технологій підготовки води заданої якості з використанням мембранних методів (в першу чергу зворотного осмосу) як для побутових так і технологічних потреб спрямовані на забезпечення надійної і безперервної роботи всієї системи в цілому і мембранних апаратів зокрема [2, 21, 63, 102].

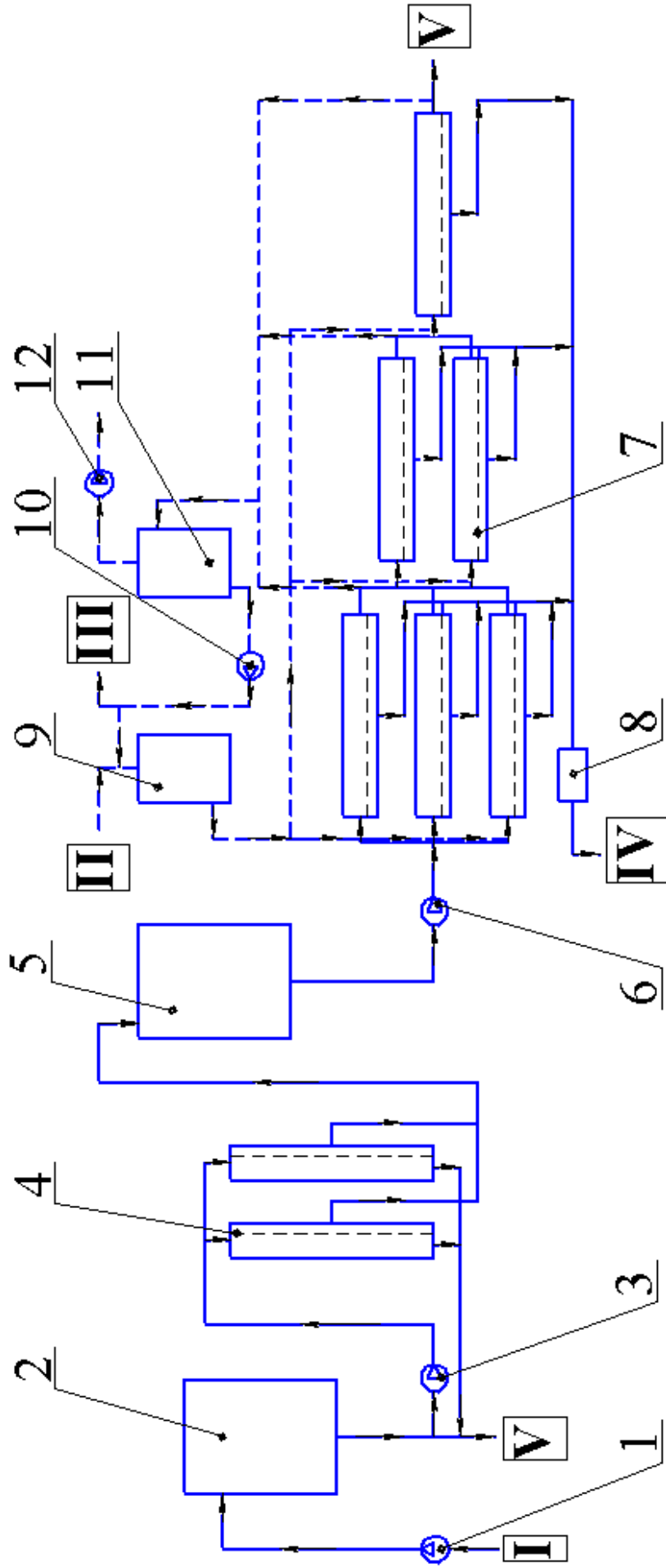
Традиційно зворотноосмотичні установки підготовки води включають окрім каскаду мембранних модулів (однопрохідного або з рециркуляцією [11]) також систему попередньої підготовки сирової води, насосне обладнання та постфільтри (для проведення ремінералізації питної води, знезараження тощо) [11, 21]. При цьому, попередня підготовка може включати традиційні методи обробки, мембранні методи та специфічні. Регенерація забруднених мембранних модулів може здійснюватися як в окремих апаратах після вилучення модуля з установки, так і безпосередньо в технологічній лінії (cleaning-in-place), що є більш ефективним методом [145]. Як правило система регенерації включає ємність з промивним розчином та циркуляційний насос [102].

Пропонується доповнити технологічну лінію контуром регенерації відповідно до розробленої методики з температурної кавітації. Контур регенерації доцільно включений в найбільш поширеніші установки [21], які включають традиційні методи попередньої обробки, а саме хлорування, коагуляцію та фільтрування (рисунок 5.1), та мікрофільтраційну попередню обробку (рисунок 5.2). Контур регенерації дозволяє проводити регенерацію безпосередню в технологічній лінії.



1 – система хлорування; 2 – ємність дестабілізації; 3 – флокулятор; 4 – фільтр; 5 – проміжна ємність; 6 – накопичувальна ємність підготовленої води; 7 – насос; 8 – насос високого тиску; 9 – каскад мембранних апаратів; 10 – пост-фільтр; 11 – ємність з промивним розчином; 12 – ресивер; 13 – вакуум-насос; 14 – циркуляційний насос; I – подача сировини; II – дозування реагентів; III – подача промивного розчину; IV – відведення промивного розчину; V – відведення очищеної води; VI – дренаж

**Рисунок 5.1 – Принципова схема установки зворотньоосмотичної підготовки води з традиційною попередньою обробкою на попередньому блоку нагнітання**



1 – насос сировини; 2 – збірник сировини; 3 – насос; 4 – мембранні апарати системи попередньої обробки; 5 – збірник підготовленої води; 6 – насос високого тиску; 7 – каскад мембранних апаратів; 8 – пост-фільтр; 9 – ємність з промивним розчином; 10 – циркуляційний насос; 11 – вакуумна ємність; 12 – вакуум-насос; 13 – подача сировини; 14 – подача промивного розчину; 15 – відведення промивного розчину; 16 – відведення очищеної води; 17 – дренаж

**Рисунок 5.2 – Принципова схема установки зворотньоосмотичної підготовки води з мембранною (мікрофільтрацією) попередньою обробкою, що доповнена блоком регенерації**

Принцип роботи установки з традиційною системою попередньої обробки «сирої води» (рисунок 5.1) наступний. «Сира вода» (морська вода, солонувата поверхнева вода, або вода зі свердловини) піддається знезараженню хлором за допомогою блоку хлорування 1, далі в потік вводиться коагулянт  $\text{FeCl}_3$  та корегується показник рН дозуванням кислоти. Вода послідовно подається в дестабілізуючу ємність 2 та каскад коагуляторів 3 де відбувається коалесценція та осадження зважених твердих частинок. За необхідності відбувається подача в систему поліелектролітів для покращення процесу коагуляції. Залишки твердих частинок та коагулянту видаляються в фільтрах 4. Шлам видаляється в дренажну систему, а фільтрат через проміжну ємність 5 насосом 7 перекачується в накопичувальну ємність 6, звідки насосом високого тиску 8 подається в каскад зворотноосмотичних мембранних апаратів 9 (на схемі показаний однопрохідний конічний каскад, який найбільш поширений серед систем зворотного осмосу [11]). Також в накопичувальній ємності можливе дозування антискейлантів (на схемі не показано). Пермеат з мембранних апаратів 9 після проходження пост-фільтра 10 подається на поживання або технологічне використання, ретентат зливається в дренажну систему або іде на утилізацію. При перевищенні забруднення окремих мембранних апаратах вище допустимого рівня даний апарат відключається від подачі сировини, та підключається до установки регенерації. В режимі регенерації за рахунок розрідження (абсолютний тиск 0,005-0,009 МПа при температурі 40-45 °С), створюваного вакуум насосом 13 в вакуумній ємності 12 з ємності 11 промивний розчин (знесолена вода, розчин лимонної кислоти ( $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$ ) або розчин гідрокарбонату натрію ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ )) подається до мембранного апарата, що підлягає регенерації. При русі промивного розчину в каналах мембранного модуля (або модулів) в апараті відбувається розчинення і вилучення шару осаду, внаслідок чого сумарний опір перенесенню зменшується і зростає продуктивність модуля. Циркуляція промивного розчину здійснюється за допомогою циркуляційного насоса 14.

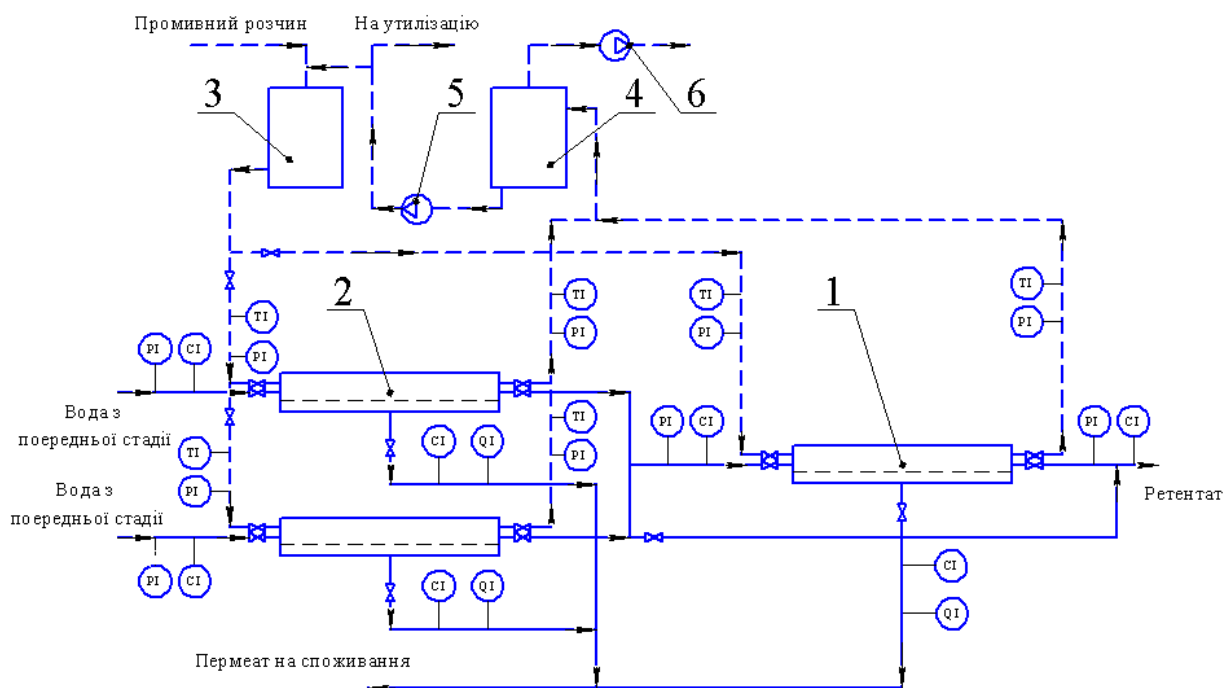
В установці з мікрофільтраційною попередньою обробкою (рисунок 5.2) сира вода насосом 1 подається в збірник 2, звідки насосом 3 подається на мікрофільтраційні апарати 4. Ретентат з мікрофільтраційних апаратів зливається в дренажну систему, а пермеат подається в накопичувальну ємність 5. Подальший процес підготовки води та регенерації мембранних модулів протікає аналогічно з протіканням в установці з традиційною системою обробки.

Контроль рівня забруднення доцільно здійснювати за значеннями потоку пермеату, якості пермеату та гідравлічного опору мембранного модуля. Згідно рекомендацій, наведених в [102], гранично допустимим є зменшення потоку пермеату на 10%, збільшення концентрації розчинених речовин в пермеаті на 10% та збільшення гідравлічного опору апаратів на 15%. Відповідно необхідно забезпечити вимірювання і контроль тиску на вході в кожен мембранний апарат, вимірювання і контроль тиску на виході з напірного каналу кожного апарата, вимірювання і контроль концентрації в пермеаті та контроль витрат пермеату. Схема розташування контрольно-вимірювальних приладів показано на рисунку 5.3.

Крім того для забезпечення контролю процесу також необхідно забезпечити вимірювання концентрації на вході до модуля, а також вимірювання температури та тиску промивного розчину, та підтримувати ці параметри на рівні  $p = 0,007-0,009$  МПа, та  $t = 40-45^{\circ}\text{C}$ .

При роботі апаратів в режимі розділення розчину крани на трубопроводі подачі промивного розчину в апарат та на трубопроводі видалення промивного розчину в кожному апараті закриті. Відкритими залишаються крани на трубопроводах подачі сировини та на трубопроводах відведення пермеату та ретентату. При досягненні критичного рівня забруднення модуля по одному з трьох параметрів, відбувається перехід системи в режим регенерації. Спершу перекривається кран подачі сировини, за ним перекриваються крани на трубопроводах відведення пермеату і ретентату. Одночасно вмикається вакуум-насос 6, а по досягненню розрідження на рівні

0,07-0,08 МПа (абсолютний тиск 0,02–0,03 МПа), відкривається кран на вихідному трубопроводі системи регенерації, через який видаляються залишки ретентату з апарата в вакуумну ємність 4.



1 – мембранні апарати  $i$ -ї секції каскаду; 2 – мембранні апарати  $(i-1)$ -ї секції каскаду; 3 – ємність з промивним розчином; 4 – вакуумна ємність;  
5 – циркуляційний насос; 6 – вакуум-насос

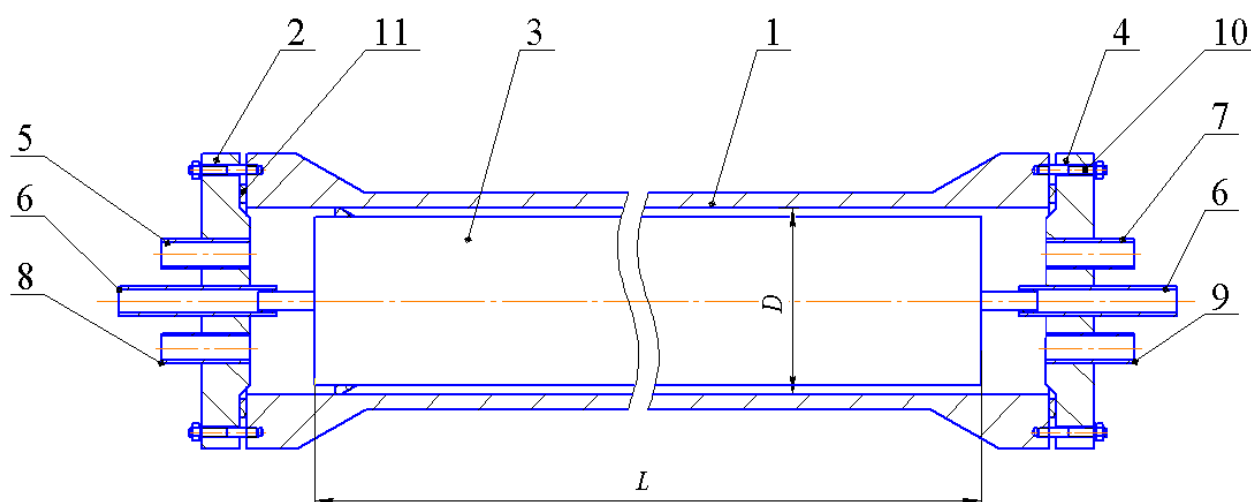
**Рисунок 5.3 – Схема розташування контрольно-вимірювальних приладів блоку регенерації мембранних апаратів в установці**

Після цього, вакуум-насос вимикається, залишки пермеату зливаються з вакуумної ємності 4 і насос повторно вмикається, і після досягнення розрідження на рівні тиску насичення при робочій температурі промивного розчину (рекомендована температура 35–45 °С, що відповідає розрідженню 0,09-0,094 МПа) відкривається кран подачі промивного розчину і відбувається течія промивного розчину в каналах мембранного модуля апарату, що регенерується. Кран подачі промивного розчину дозволяє регулювати витрату промивного розчину і, відповідно, режим промивання, а також здійснювати періодичне підвищення тиску. Циркуляція розчину забезпечується насосом 5. Після завершення регенерації, кран подачі промивного розчину



перекривається, за рахунок розрідження видаляються рештки промивного розчину з розчиненим осадом, перекривається кран відведення промивного розчину, відриваються крани відведення пермеату та ретентату, після чого відновлюється подача сировини.

Така організація промивання забезпечує можливість періодично проводити регенерацію мембранних модулів в кожному апараті при неперервній роботі всієї системи. У випадку одночасного промивання всіх модулів в секції каскаду передбачено байпасні трубопроводи для руху промивного розчину в обхід секції каскаду. Для забезпечення такого режиму доцільно модифікувати конструкцію корпусу мембранного апарата, як показано на рисунку 5.4.



- 1 – корпус; 2 – кришка; 3 – рулонований мембранний модуль; 4 – кришка;  
 5 – штуцер введення розділюваного розчину; 6 – штуцер виведення пермеату;  
 7 – штуцер виведення ретентату; 8 – штуцер введення промивного розчину;  
 9 – штуцер виведення промивного розчину; 10 – шпилька; 11 – прокладка

**Рисунок 5.4 – Схема модифікованого апарата зворотного осмосу**

Апарат містить циліндричний корпус 1, в якому встановлюється рулонований мембранний модуль 3. З торців апарат закривається кришками 2 та 4, які приєднуються шпильковим з'єднанням 10. В кришках 2 і 4 містяться штуцери входу та виходу пермеата 6, в які встановлюється кінці центральної

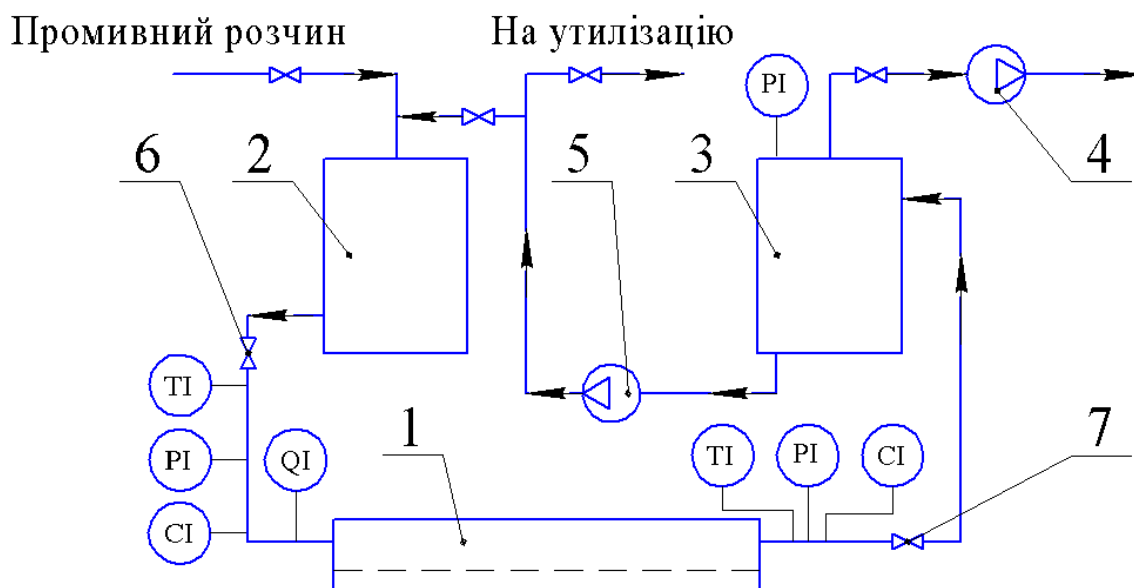
труби рулонованого мембранного модуля 3. Крім того в кришці 2 наявний штуцер для введення розділюваного розчину 5, а в кришці 4 – штуцер виведення ретентату 7. Крім штуцерів, наявних в традиційній конструкції мембранного апарата, в кришці 2 виконано штуцер 8 для входу промивного розчину 8, а в кришці 4 – штуцер для виходу промивного розчину 9.

Включення в конструкцію мембранного апарата штуцерів 8 та 10 дозволяє приєднати до апарата зворотного осмосу всі трубопроводи, які необхідні для реалізації безперервної роботи установки з періодичним проведенням процесу регенерації мембранних модулів в окремих апаратах каскаду, як показано на рисунку 5.3. Також можливе використання традиційних конструкцій апаратів. При цьому підведення та відведення промивних розчинів слід здійснювати через штуцери введення розділюваної суміші і виведення ретентату. Розділення потоків в такому випадку повинно досягатися використанням трійників та допоміжної арматури.

Для мембранних систем невисокої продуктивності та систем, що працюють в періодичному режимі, використання системи регенерації по місцю (cleaning-in-place) економічно не виправдане, тому в таких випадках доцільно проводити регенерацію після демонтажу забрудненого мембранного модуля з апарата. Для реалізації запропонованої методики в такому режимі пропонується схема, представлена на рисунку 5.5.

В цьому випадку забруднений мембранний модуль встановлюється в корпус промивного апарата 1. При запуску вакуум насоса 4 регулювальний кран 6 закритий, а кран 7 відкритий. Після досягнення в вакуумній ємності 3 заданого розрідження, за допомогою регулювального крана 6 виставляється необхідна витрата промивного розчину, який полається з ємності 1. Циркуляція промивного розчину здійснюється за допомогою насоса 5. Періодичне підвищення тиску реалізується за допомогою крана 6.

Дану схему також доцільно застосовувати у випадку забруднень, що значно перевищують гранично допустимі значення (падіння потоку до 30–50% від потоку чистої мембрани).



1 – промивний апарат; 2 – ємність з промивним розчином;

3 – вакуумна ємність; 4 – вакуум-насос; 5 – циркуляційний насос;

6 – регулювальний кран; 7 – кран

**Рисунок 5.5 – Схема установки регенерації забруднених рулонованих мембранних модулів**

В усіх схемах частина відпрацьованого промивного розчину відбирається і подається на регенерацію. Відпрацьований розчин пропонується використовувати у виробництві органо-мінеральних добрив.

## 5.2 Алгоритм розрахунку часу вилучення осаду

Метою розрахунку є визначення часу вилучення заданої кількості осаду з поверхні мембрани. Для цього запропонований алгоритм, що ґрунтується на розробленій математичній моделі процесу вилучення осаду. Також запропонований розрахунок дозволяє передбачити продуктивність мембранного модуля після регенерації.

При розробці алгоритму за основу був взятий випадок, при якому регенерація розпочинається при зменшенні потоку до гранично допустимого значення –  $(0,3-0,7)J_0$ .

Вихідними даними для розрахунку є:

- потік пермеату чистого мембранного модуля,  $J_0$ ,  $\text{м}^3/(\text{м}^2/\text{кг})$ ;
- потік пермеату забрудненого мембранного модуля,  $J_F$ ,  $\text{м}^3/(\text{м}^2/\text{кг})$ ;
- опір чистої мембрани,  $R_m$ ,  $\text{м}^{-1}$ ;
- питомий опір шару забруднень,  $\alpha$ ,  $\text{м}^{-2}$ ;
- робочий перепад тиску,  $\Delta p$ , Па;
- різниця осмотичних тисків,  $\Delta \pi$ , Па.

Також необхідні фізичні параметри осаду та геометричні характеристики модуля.

Робочий тиск процесу регенерації вибирається в залежності від властивостей мембрани, в першу чергу термічної стійкості. Температура насичення при робочому тиску повинна становити 75-90% від максимально допустимої температури для даного типу мембранного матеріалу. Вибір розчинника залежить від властивостей матеріалу осаду, зокрема, показника рН.

Алгоритмічна схема розрахунку представлена на рисунках 5.6 та 5.7. Порядок розрахунку наступний.

В блоці 2 вводяться вихідні дані, а в блоці 3 обираються параметри регенерації, включаючи значення критерію Рейнольдса фізичні властивості промивного розчину.

За значеннями потоків чистої і забрудненої мембрани визначається опір шару забруднень. При цьому допускається, що величина опору шару концентраційної поляризації мала, порівняно з опором шару забруднень, і нею можна знехтувати. Таке припущення призведе до завищених значень часу розчинення, однак забезпечить запас часу, що компенсує допущення прийняті при розробці математичної моделі. З рівняння (2.1) у урахуванням прийнятих допущень для чистої мембрани маємо:

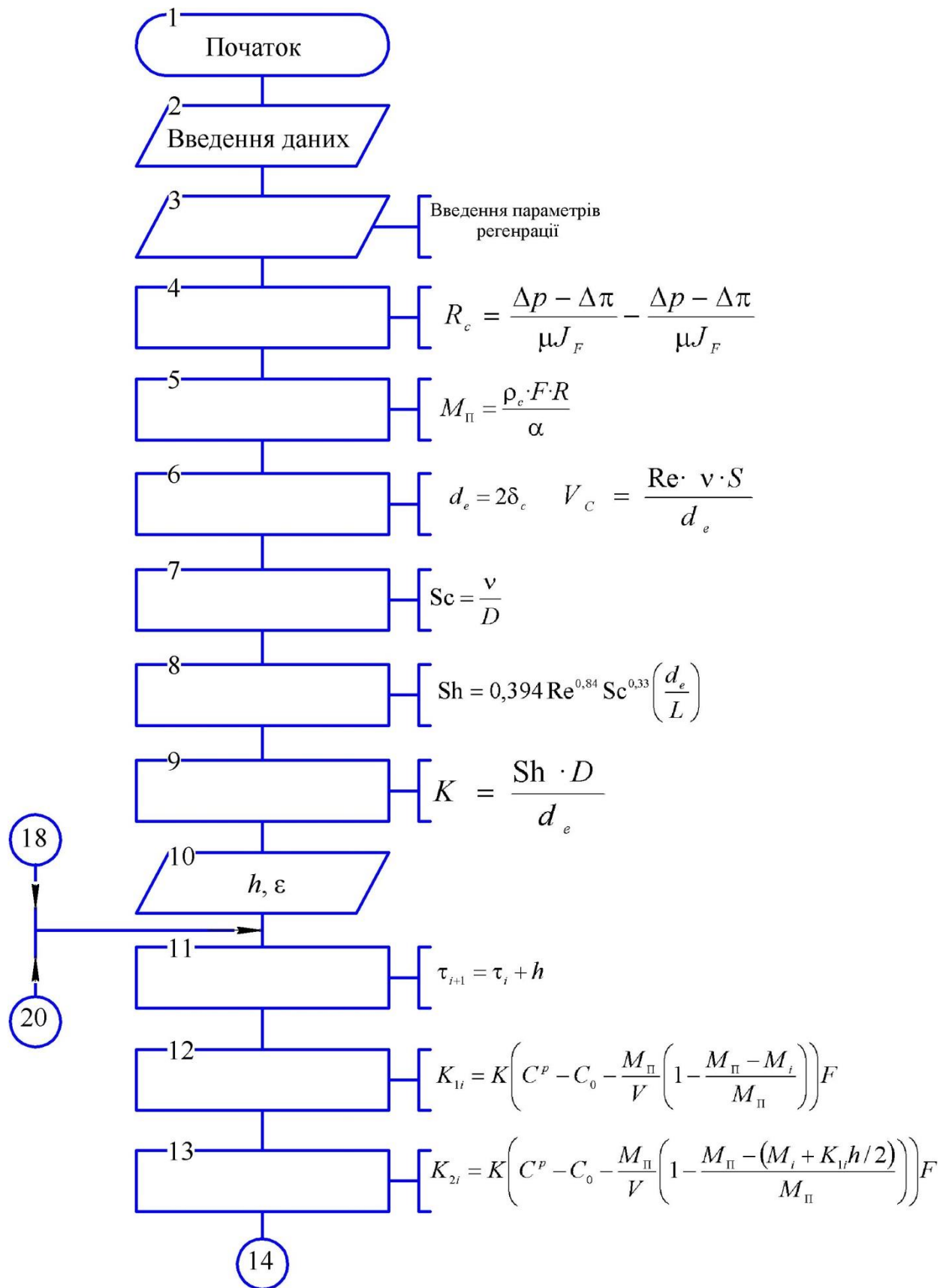
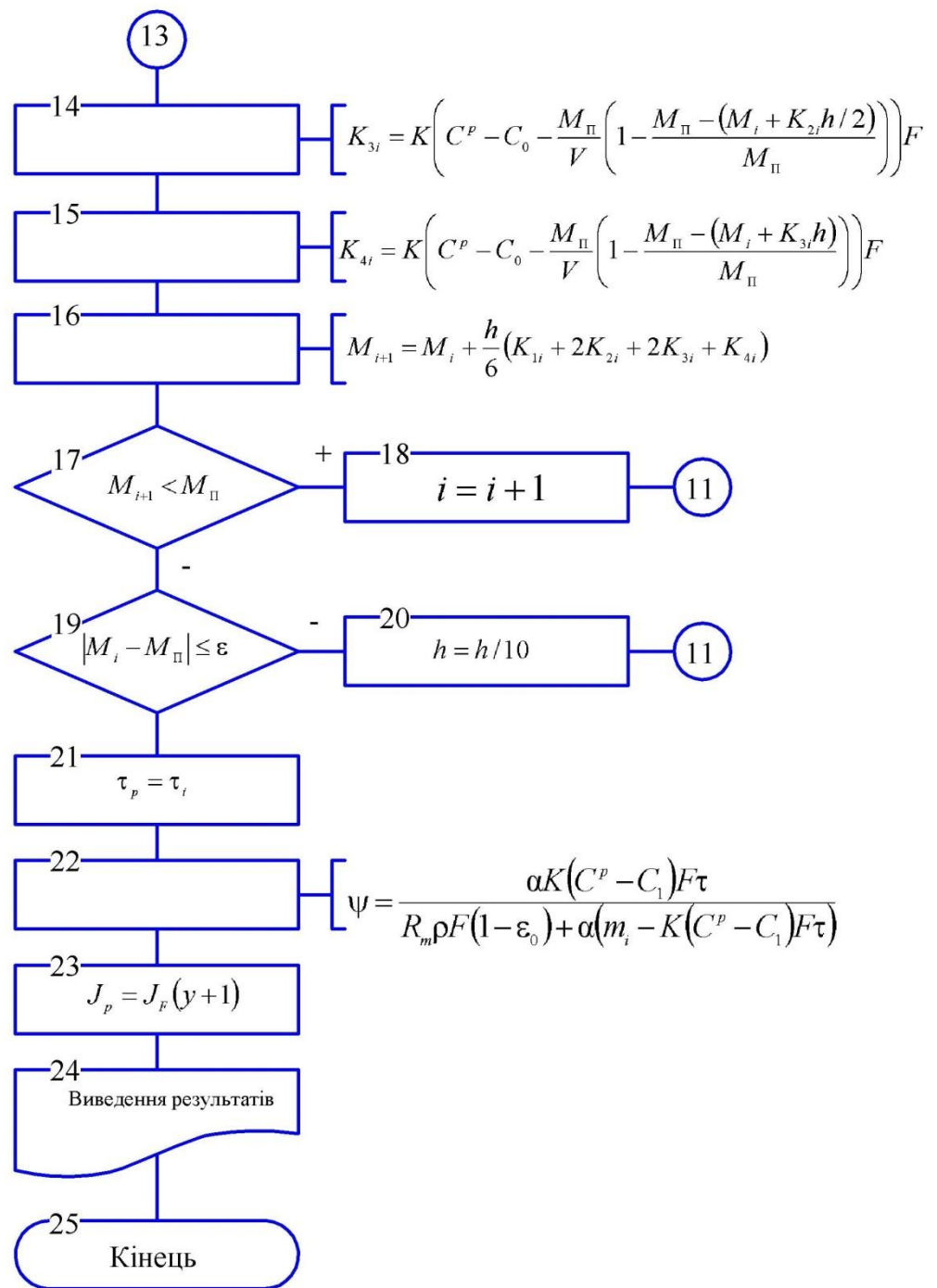


Рисунок 5.6 – Алгоритмічна схема розрахунку часу регенерації



**Рисунок 5.7 – Алгоритмічна схема розрахунку часу регенерації  
(продовження)**

$$R_m = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu J_0} \cdot \quad (5.1)$$

Для забрудненої:

$$R_m + R_c = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu J_F} . \quad (5.2)$$

Тоді опір шару забруднень становитиме:

$$R_c = \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu J_F} - \frac{\Delta p - \Delta \pi}{\mu J_0} . \quad (5.3)$$

Опір шару забруднень за рівнянням (5.3) визначається в блоці 4. В блоці 5 визначається маса осаду, яка згідно формул (2.3) і (2.10) становитиме:

$$M_{\Pi} = \frac{\rho \cdot F \cdot R_c}{\alpha} . \quad (5.4)$$

В блоці 6, відповідно до обраного режиму регенерації та значення приведенного критерію Рейнольдса визначається витрата промивного розчину, згідно формули:

$$V_c = \frac{\text{Re} \cdot v \cdot S}{d_e} . \quad (5.5)$$

При цьому еквівалентний діаметр як для побутових, так і для промислових модулів може бути визначений за формулою (2.28).

Після цього в блоці 7 за формулою (2.61), розраховується критерій Шмідта, в блоці 8 визначається критерій Шервуда за отриманим критеріальним рівнянням (формула 3.16), а в блоці 9 за формулою (2.56) розраховується коефіцієнт масовіддачі. Далі, в блоці 10 вводиться крок по часу і задана точність, а в блоці 11 визначається значення часу на наступному кроці. При цьому на нульовому кроці (в початковий момент часу) відповідно до граничних умов (2.24) поточне значення часу та маси розчиненого осаду приймається рівним нулю. В блоках 12–14 розраховуються коефіцієнти Рунге-Кутта, як показано в підрозділі 3.4, а в блоці 15 розраховується значення маси розчиненої речовини на наступному кроці. В блоці 17 маса розчиненого осаду порівнюється з початковою, якщо значення  $M_{i+1}$  менше за початкову масу осаду, то розрахунок переходить на наступний крок (блок 18) і повторюється, починаючи з блоку 11. Інакше перевіряється умова досягнення необхідної

точності (блок 19), якщо умова не виконується, то крок зменшується в 10 раз (блок 20) і розрахунок повторюється ,починаючи з блоку 11. В іншому випадку, в кості часу регенерації приймається значення  $\tau_i$  (блок 21), визначається коефіцієнт регенерації та потік пермеату після регенерації (блоки 22–23). Цінка ефективності процесу регенерації проводиться за велиичною коефіцієнта регенерації (блок 22). В блоці 24 здійснюється виведення результатів розрахунку.

Запропонований алгоритм може бути використаний як для схем з регенерацією по місцю, так і у випадку регенерації модулів ,які знімаються з установок мембранного розділення.

Методика розрахунки придатна для рулонованих зворотноосмотичних і нанофільтраційних мембранних модулів.

Застосування запропонованого методу регенерації дозволяє продовжити термін служби мембранного модуля на три цикли забруднення та регенерації (тривалість робочого циклу – 18 місяців при зменшенні потоку до 50% з наступним відновленням продуктивності за пермеатом до 90%) зі збереженням функціональних та фізико-механічних властивостей із застосуванням екологічно безпечних промивних розчинів. Вартість регенерації для побутових мембранних модулів типу TFC-75 не перевищує 15% вартості нового модуля.

### **Висновки до розділу:**

Запропоновані рішення щодо практичного використання результатів досліджень, що включають доповнення існуючих технологічних схем контуром регенерації, модифікації корпусу апарата та розробки алгоритму розрахунку тривалості процесу регенерації, що включає прогноз продуктивності мембрани після регенерації.



## ВИСНОВКИ

Теоретично обґрунтовано та експериментально доведено, що застосування температурної кавітації є ефективним методом регенерації зворотноосмотичних та нанофільтраційних модулів в системах водопідготовки із застосуванням екологічно безпечних промивних розчинів. Зокрема встановлено, що при тиску  $p=0,005-0,009$  МПа і температурі до  $45\text{ }^{\circ}\text{C}$  відбувається ефективне видалення осаду з поверхні мембрани без порушення функціональних властивостей мембран у рулонованих модулях.

Отримане критеріальне рівняння для розрахунку коефіцієнтів перенесення маси з робочої поверхні рулонованих мембранних модулів, завдяки чому можливо розрахувати тривалість регенерації та спрогнозувати продуктивність регенованого мембранного модуля.

Завдяки застосуванню температурної кавітації вдалося досягти відновлення продуктивності зворотноосмотичних та нанофільтраційних мембранних модулів до 92% від початкового значення при значеннях

$Re=12-25$  і зменшенні в 1,5 рази тривалості процесу порівняно з існуючими способами промивання. Крім того, ефективне відновлення продуктивності можливе при її падінні на 40%, що в двічі перевищує існуючий критичний поріг.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Инвестирование в водоснабжение и санитарию: Расширение доступа и уменьшение неравенства. Глобальный анализ и оценка состояния санитарии и питьевого водоснабжения в рамках Механизма «ООН Водные ресурсы» ГЛААС 2014 [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу  
[http://www.who.int/water\\_sanitation\\_health/glaas/2014/glaas\\_report\\_2014/ru/](http://www.who.int/water_sanitation_health/glaas/2014/glaas_report_2014/ru/)
2. Vrouwenvelder H. Biofouling of spiral wound membrane systems. PhD thesis Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2009.
3. Принятие мер по защите населения Европы от изменений климата. Цифры и факты, 2008 г. [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу  
[http://www.euro.who.int/\\_data/assets/pdf\\_file/0011/95834/fs\\_4\\_Apr\\_08r.pdf](http://www.euro.who.int/_data/assets/pdf_file/0011/95834/fs_4_Apr_08r.pdf)
4. Прогресс в области обеспечения питьевой водой и санитарии/Обновленная информация за 2014 год [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу. – [http://www.who.int/water\\_sanitation\\_health/publications/2014/jmp-report/ru/](http://www.who.int/water_sanitation_health/publications/2014/jmp-report/ru/)
5. Протокол по проблемам воды и здоровья: становление перемен [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу. – [http://www.euro.who.int/\\_data/assets/pdf\\_file/0004/97834/WaterProtocol\\_2006u.pdf?ua=1](http://www.euro.who.int/_data/assets/pdf_file/0004/97834/WaterProtocol_2006u.pdf?ua=1)
6. Демография — Основные вопросы — ООН и устойчивое развитие [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу. – <http://www.un.org/ru/development/sustainable/demographics.shtml>
7. United Nation. World demographic trends: report of the Secretary General [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу. – <http://daccess-dds-ny.un.org/doc/UNDOC/GEN/N14/210/99/PDF/N1421099.pdf?OpenElement>

8. Технический справочник по обратотке воды: в 2 т. Т 1: пер. с фр. – СПб.: Новый журнал, 2007.
9. Запольський А.К. Фізико-хімічні основи технології очищення стічних вод /А.К. Запольський, Н.А. Мішкова-Кліменко, І.М. Астрелін. – К.: Лібра, 2000. – 552 с.
10. Журба М. Г., Соколова Л.И., Говорова Ж. М. Водоснабжение. Проектирование систем и сооружений: в 3 т. Т 2. – М.: Издательство АСВ, 2004. – 496 с.
11. Мулдер М. Введение в мембранную технологию: Пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 513 с. ил.
12. Технологические процессы с применением мембран, под ред. Р. Лейси и С. Лёба, пер. с англ., М., 1976.
13. Soltanieh M., Gill W. Review of reverse osmosis membranes and transport models/ // Chemical Engineering Communications. – 1981. – Vol. 12. – pp. 279-363.
14. Laborde H. M., Franca K. B., Neft H., Lima A. M. N. Optimization strategy for a small-scale reverse osmosis water desalination system based on solar energy // Dessalination. – 2001. – Vol. 133. – p. 1-12.
15. Rodriguez Pastor M., Ferrandiz Ruiz A., Chillon M. F., Prats Rico D. Influence of pH in the elemination of boron by means of reverse osmosis // Dessalination. – 2001. – Vol. 140. – p. 145-152.
16. Ahmed M., Shayya W. H., Hoey D., Al-Handaly J. Brine disposal from reverse osmosis desalination plants in Oman and the United Arab Emirates // Desalination. – 2001. – Vol. 133. – p. 135-147.
17. Darton E. G., Buckley E. Thirteen years' experiences treating a seawater RO plant // Desalination. – 2001. – Vol. 134. – p. 55-62.
18. Matsuura T. Progress in membrane science and technology for seawater desalination – a review // Desalination. – 2001. – Vol. 134. – p. 47-54.

19. Darwish M. A. New idea for co-generation power desalting plants due to abandoned MSF desalination process // *Desalination*. – 2001. – Vol. 134. – p. 221-230.
20. M.H. Ali El-Saie, Yahya M.H. Ali El-Saie, Mohamed Abd El Aziz. Experimental RO facility to study the heating effect of raw water on varying main parameters // *Desalination*. – 2001. – Vol. 134. – p. 63-76.
21. Abdel-Jawad M., El-Sayed E., Ebrahim S., Al-Saffar A., Safar M., Tabnabaei M., Al-Nuwaibit G. Fifteen years of R&D in seawater desalination at KISR. Part II. RO system performance // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 155-167.
22. Al-Odwani A., Carew J., Al-Tabtabaei M., Al-Hijji A. Materials performance in SWRO desalination plant at KISR research and development program // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 99-110.
23. Andrews W. T., Pergande W. F., McTaggart G. S. Energy performance enhancement of a 950 m<sup>3</sup>/d seawater reverse osmosis unit in Grand Cayman // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 195-204.
24. Bick A., Oron G. Assessing the linkage between feed water quality and reverse osmosis membrane performance // *Desalination*. – 2001. – Vol. 137. – p. 141-148.
25. Al-Wazzan Y., Safar M., Ebrahim S., Burney N., Mesri A. Desalting of subsurface water using spiral-wound reverse osmosis (RO) system technical and economic assessment // *Desalination*. – 2002. – Vol. 143. – p. 21-28.
26. Konieczny K. Modeling of membrane filtration of natural water for potable purpose // *Desalination*. – 2002. – Vol. 143. – p. 21-28.
27. van Hoof S. C. J. M., Minery J. G., Mack B. Dead-end ultrafiltration as alternative pre-treatment to reverse osmosis in seawater desalination: a case study // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p. 161-168.
28. Arras W., Ghaffour N., Hamou A. Performance evaluation of BWRO desalination plant — A case study // *Desalination*. – 2009. – Vol. 235 – Is. 1-3. – P. 170-178.

29. Первов А. Г., Андрианов А. П., Ефремов Р. В., Козлова Ю. В. Новые тенденции в разработке современных нанофильтрационных систем для подготовки питьевой воды высокого качества // Серия Критические технологии. Мембраны. – 2005. – №1. – С. 18-34.
30. Первов А. Г., Ефремов Р. В., Андрианов А. П., Макаров Р. И. Оптимизация использования процесса нанофильтрации при подготовке воды питьевого качества // Серия Критические технологии. Мембраны. – 2004. – №3. – С. 3-13.
31. Van der Bruggen, Evaraebrt K., Wilms D., Vandecasteele C. Application of nanofiltration for removal of pesticides, nitrate and hardness from ground water: rejection properties and economic evaluation // Journal of Membrane Science. – 2001. – Vol. 193. – p. 239-248.
32. Goncharuk V.V., Kucheruk D.D., Skubenko V.F., Badekha V.P., Kochkodan V.M. Prospect of baromembrane desalination of brackish waters of south of Ukraine // Desalination. – 2001. – Vol. 139. – p. 327-331.
33. Шиненкова Н. А., Поворов А. А., Ерохина Л. В., Наследникова А. Ф. и др. Применение микро-ультрафильтрации для очистки вод поверхностных источников // Серия Критические технологии. Мембраны. – 2005. – №4. – С. 21-25.
34. Williams, Michael E. A review of wastewater treatment by reverse osmosis. EET Corporation and Williams Engineering Services. 2003.
35. Purkait M. K., Bhattacharya P. K., De S. Membrane filtration of leather plant effluent: Flux decline mechanism // Journal of Membrane Science. – 2004. – Vol. 258. – P. 85-96.
36. In-Soung Chang, Sang-Soon Lee, Eum Kyung Choe/ Digiyal textile printing (DTP) wastewater treatment using ozone and membrane filtration // Desalination. – 2009. – Vol. 235. – Is. 1-3. – P. 110-121.
37. Терпугов Г. В. Очистка сточных вод и технологических жидкостей машиностроительных предприятий с использованием неорганических мембран / РХТУ им. Д. И. Менделеева. М., 2000. 96 с.

38. Harrelkas Farida, Azizi Abdelaziz, Yacoubi Abdelrani, Benhammou Ahmed, Noelle Pons Marie. Treatment of textile dye effluents using coagulation–flocculation coupled with membrane processes or adsorption on powdered activated carbon // *Desalination*. – 2009. – Vol. 235. – Is. 1-3. – P. 330-339.
39. Howarter John A., Youngblood Jeffrey P. Amphiphile grafted membranes for the separation of oil-in-water dispersions // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 2009. – Vol. 329. - Is. 1. – P. 127-132.
40. Ghidossi R., Veyret D., Scotto J.L., Jalabert T., Moulin P. Ferry oily wastewater treatment // *Separation and Purification Technology*. – 2009. – Vol. 64. – Is. 3. – P. 296-303.
41. Chang I.-S., Chung C.-M., Han S.-H. Treatment of oily wastewater by ultrafiltration and ozone // *Desalination*. – 2001. – Vol. 133. – p. 225-232.
42. Lee S., Lueptow R. Reverse osmosis filtration for space mission wastewater: membrane properties and operation condition // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 182. – p. 77-90.
43. Baker R. W. *Membrane technology and applications*. – 2nd ed. – Chichester: John Wiley & Sons, 2004. – 2004.
44. Product information bulletin. DOW FILMTECTM Membranes [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу – [http://msdssearch.dow.com/PublishedLiteratureDOWCOM/dh\\_08ae/0901b803808ae5f5.pdf?filepath=liquidseps/pdfs/noreg/609-02188.pdf&fromPage=GetDoc](http://msdssearch.dow.com/PublishedLiteratureDOWCOM/dh_08ae/0901b803808ae5f5.pdf?filepath=liquidseps/pdfs/noreg/609-02188.pdf&fromPage=GetDoc)
45. Song L., Hu J.Y., Ong S.L., Mg W.J., Elimelech M., Wilf M. Performance limitation of the full-scale reverse osmosis process // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 214. – p. 239-244.
46. Al-Bahria Z.K., Hanbury W.T., Hodgkiessc T. Optimum feed temperatures for seawater reverse osmosis plant operation in an MSF/SWRO hybrid plant // *Desalination*. – 2001. – Vol. 138. – p. 355-339.
47. Weissbrodt J., Manthey M., Ditgens B., Laufenberg G., Kunz B. Separation of aqueous organic multi-component solution by reverse osmosis –

development of a mass transfer model // *Desalination*. – 2001. – Vol. 133. – p. 65-74.

48. Gilron J., Gara N., Kedem O. Experimental analysis of negative salt rejection in nanofiltration membranes // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 185. – p. 223-236.

49. Straatsma J., Bargeman G., van der Horst H.C., Wesselingh J.A. Can nanofiltration be fully predicted by a model? // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 198. – p. 273-248.

50. de Pinto M. N., Semiao V., Geraldes V. Integrated modeling of transport processes in fluid-nanofiltration membrane systems // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 206. – p. 189-200.

51. Taniguchi M., Kurihara M., Kimura S. Behavior of a reverse osmosis plant adopting a brine conversion two-stage process and its computer simulation // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 183. – p. 249-257.

52. Soltanieh M., Sahebdehfar S. Interaction effects in multicomponent separation by reverse osmosis // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 183. – p. 15-27.

53. Redondo J.A., Casanas A. Designing seawater RO for clean and fouling RO feed. Desalination experiences with the FilmTec SW30HR-380 and SW30HR-320 elements – Technical-economic review // *Desalination*. – 2001. – Vol. 134. – p. 83-92.

54. Miyatake O., Tagawa K. Numerical and experimental analyses for RO desalination systems using a static pressure head // *Desalination*. – 2001. – Vol. 136. – p. 233-242.

55. Cao Z., Willey D.E., Fane A.G. CFD simulation of net-type turbulence promoters in narrow channel // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 185. – p. 157-176.

56. Miranda J., Campos J. Mass transfer in the vicinity of a separation membrane—the applicability of the stagnant film theory // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 202. – p. 137-150.

57. Li F., Meindersma W., de Haan A.B., Reith T. Optimization of commercial net spacers in spiral wound membrane modules // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 208. – p. 289-302.
58. Geisler P., Krumm W., Peters T. Peduction of the energy demand for seawater RO with the pressure exchange system PES // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 205-210.
59. Lee S., Lueptow M. Rotating reverse osmosis: a dynamic model for flux and rejection // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 192. – p. 129-143.
60. Shirazi S., Lin C.-J., Chen D. Inorganic fouling of pressure-driven membrane processes – A critical rewiev // *Desalination*. – 2010. – Vol. 250. – p. 236-248.
61. Sablani S., Goosen M, Al-Belushi R, Wilf M. Concentarion polarization in ultrafiltration and reverse osmosis: a critical review // *Desalination*. – 2001. – Vol. 141. – p. 269-289.
62. Lipinzki J., Gunar J. Flow dynamics and concentration polarization in spacer-filled channels // *Desalination*. – 2001. – Vol. 146. – p. 213-217.
63. Орестов Є.О. Мітченко Т. Є. Фізикохімічні основи дії інгібіторів фоулінгу мембран зворотного осмосу та шляхи їх оптимального використання // *Вода і водоочисні технології. Науково-технічні вісті*. – 2013. – № 2(12). – с. 3-17.
64. Федоренко В. И. Ингибирование осадкообразования в установках обратного осмоса // *Серия Критические технологии. Мембраны*. – 2003. – №2. – С. 23-30.
65. Первов А. Г., Андрианов А. П., Телитченко Є. А. Влияние биологического загрязнения на работу обратноосмотических и ультрафильтрационных элементов // *Серия Критические технологии. Мембраны*. – 2004. – №1. – С. 3-18.
66. Luo M., Wang Zh. Complex fouling and cleaning in place of a reverse osmosis desalination system // *Desalination*. – 2001. – Vol. 141. – p. 15-22.



67. Yiantios S.G., Karabelas A.J. An experimental study of humid acid and powdered activated carbon deposition on UF membranes and their removal by backwashing // *Desalination*. – 2001. – Vol. 140. – p. 195-209.
68. Jawor A., Hoek E. Effects of feed water temperature on inorganic fouling of brackish water RO membranes // *Desalination*. – 2009. – Vol. 235– P. 44-57.
69. Elfil H., Roques H. Role of hydrate phases of calcium carbonate on scaling phenomenon // *Desalination*. – 2001. – Vol. 137. – p. 177-186.
70. Le Gouellec Y., Elimelech M. Calcium sulfate (gypsum) scaling in nanofiltration of agricultural drainage water // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 205. – p. 279-291.
71. Sahachaiyunta P., Koo T., Sheikholeslami R. Effect of several inorganic species on silica fouling in RO membrane // *Desalination*. – 2002. – Vol. 144. – p. 373-378.
72. Chan R., Chen V. The effects of electrolyte concentration and pH on protein aggregation and deposition: critical flux and constant membrane filtration // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 185. – p. 177-192.
73. Mignard D., Glass D.H. Fouling during the cross-flow ultrafiltration of proteins: a mass-transfer model // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 186. – p. 133-143.
74. Eagles W.P., Walkeman R.J. Interaction between dissolved material and the fouling layer during microfiltration of model beer solution // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 206. – p. 253-264.
75. Ramachandra Rao H.G. Mechanism of flux decline during ultrafiltration of dairy products and influence of pH on flux rate of whey and buttermilk // *Desalination*. – 2002. – Vol. 144. – p. 319-324.
76. Yin T., Walker H.W., Chen D., Yang Q. Influence of pH and ionic strength on the deposition of silver nanoparticles on microfiltration membranes // *Journal of Membrane Science*. – 2014. – Vol. 449. – p. 9-14.

77. Kim Y., Lee S., Shon H.-K., Hong S. Organic fouling mechanism in forward osmosis membrane process under elevated feed and draw solution temperatures // *Desalination*. – 2015. – Vol. 355. – p. 169-177.
78. Frantilia-Apachitei L., Kennedy M., Linton J., Blume I., Shippers J. Influence of membrane morphology on flux decline during dead-end ultrafiltration of refinery and petrochemical waste water // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 182. – p. 151-159.
79. Ochoa N. A., Masuelli M., Marchese J. Effect of hydrophilicity on fouling of an emulsified oil wastewater with PVDF/PMMA membranes // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 226. – p. 203-211.
80. Bourne H., Eastmond G. C., Gibas M., Pacynko W.F., Paprotne J. Grafted and segmenred hydrophilic polyimides for microfiltration membranes II. Fouling measurentments // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 207. – p. 17-27.
81. Taniguchi M., Kilduff J., Belford G. Low fouling synthetic membranes by UV-assisted graft polymerization: monomer selection to mitigate fouling by natural organic matter // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 222. – p. 59-70.
82. Carroll T., Booker N. A., Meier-Haack J. Polyelectrolyte-grafted microfiltration membranes to control fouling by natural organic matter in drinking water // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 203. – p. 3-13.
83. Sinha M. K., Purkait M. K. Preparation of fouling resistant PSF flat sheet UF membranes using amphiphilic polyurethane macromolecules // *Desalination*. – 2015. – Vol. 355. – p. 155-168.
84. Lodge B. N., Judd S.J., Smith A.J. A statistical method for quantifying the different fouling effects of three combined water sources on an ultrafiltration membranes // *Desalination*. – 2002. – Vol. 144. – p. 143-149.
85. Van der Bruggen B., Braeken L., Vandecasteele C. Flux decline in nanofiltration due to adsorption of organic compounds // *Separation and Purification Technology*. – 2002. – Vol. 29. – p. 23-31.

86. Van der Bruggen B., Daems B., Wilms D., Vandecasteele C. Mechanisms of retention and flux decline for the nanofiltration of dye baths from the textile industry // *Separation and Purification Technology*. – 2001. – Vol. 22-23. – p. 519-528.
87. Seminario L., Rozas R., Borquez R., Toledo P. Pore blocking and permeability reduction in cross-flow microfiltration // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 209. – p. 121-142.
88. de Barros S.T.D., Andrade C.M.G., Menses E.S., Peres L. Study of fouling mechanism in pineapple juice clarification by ultrafiltration // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 215. – p. 113-224.
89. Jefferies M., Comstock D. Predicting calculating scaling tendency in membrane plants // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p. 341-344.
90. Huiting H., Kappelhoff J., Bosklopper Th. Operation of NF/RO plants: from reactive to proactive // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p. 183-189.
91. El-Manharawy S., Haffer A. Molar ratios as a useful tool for prediction of scaling potential inside RO systems // *Desalination*. – 2001. – Vol. 136. – p. 243-254.
92. Rabie H., Côté P., Adams N. A method for assessing membrane fouling in pilot- and full-scale systems // *Desalination*. – 2001. – Vol. 141. – p. 237-243.
93. Yuan W., Kocic A., Zydney A. Analysis of humic acid fouling during microfiltration using a pore blockage–cake filtration model // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 198. – p. 51-62.
94. Brauns E., Van Hoof E., Molenderhs B., Dotermon C., Doyen W., Leysen R. A new method of measuring and presenting the membrane fouling potential // *Desalination*. – 2002. – Vol. 150. – p. 31-43.
95. Li J., Hallbauer D.K., Sanderson R.D. Direct monitoring of membrane fouling and cleaning during ultrafiltration using a non-invasive ultrasonic technique // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 215. – p. 33-52.
96. Li J., Hallbauer D.K., Sanderson R.D., Hallbauer-Zadorozhnaya V. Y. Measurement and modelling of organic fouling deposition in ultrafiltration by

ultrasonic transfer signals and reflections // *Desalination*. – 2002. – Vol. 146. – p. 177-185.

97. Shetty G., Chellam S. Predicting membrane fouling during municipal drinking water nanofiltration using artificial neural networks // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 217. – p. 69-86.

98. Tay J.-H., Liu J., Sun D.D. Quantification of membrane fouling using thermogravimetric method // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 217. – p. 17-28.

99. Taylor M., Faraday D., O'Shaughnessy C., Underwoos D., Reed R. Quantitative determination of fouling layer composition in the microfiltration of beer // *Separation and Purification Technology*. – 2001. – Vol. 22-23. – p. 133-142.

100. Boerlage S., Kennedy M., Dickson M., El-Hodali D., Schippers J. The modified fouling index using ultrafiltration membranes (MFI-UF) characterisation, filtration mechanisms and proposed reference membrane // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 197. – p. 1-21.

101. Boerlage S., Kennedy M., Bremere I., Witkamp G., Van der Hoek J., Schippers J. The scaling potential of barium sulphate in reverse osmosis systems // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 197. – p. 251-268.

102. Hydranautics Nitto Group Company. Technical Service Bulletin. Foulants and Cleaning Procedures for composite polyamide RO Membrane Elements [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу — <http://www.membranes.com/docs/tsb/TSB107.pdf>

103. Schwinge J., Neal P., Willey D., Fane A. Estimation of foulant deposition across the leaf of a spiral-wound module // *Desalination*. – 2002. – Vol. 146. – p. 203-208.

104. Kimura M., Matsui Y., Saito S., Takahashi T., Nakagawa M., Shirasaki N., Matsushita T. Hydraulically irreversible membrane fouling during coagulation–microfiltration and its control by using high-basicity polyaluminum chloride // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 477. – p. 115-122.

105. Kim J.-S., Akeprathumchai S., Wickramasinghe S.R. Flocculation to enhance microfiltration // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 182. – p. 161-172.
106. Yaoa M., Nana J., Chena T., Zhana D., Lia Q., Wanga Z., Lib H. Influence of flocs breakage process on membrane fouling in coagulation/ultrafiltration process—Effect of additional coagulant of poly-aluminum chloride and polyacrylamide // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 491. – p. 63-72.
107. Kim H.-Ch. Microfiltration of humic-rich water coagulated with cationic polymer: The effects of particle characteristics on the membrane performance // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 475. – p. 349-356.
108. López-Ramírez J. A., Márquez D. S., Alonso J. M. Q. Comparison studies of feedwater pre-treatment in a reverse osmosis pilot plant // *Desalination*. – 2002. – Vol. 144. – p. 347-352.
109. Huang W., Hea H., Donga B., Chua H., Xua G., Yanb Zh. Effects of macro-porous anion exchange and coagulation treatment on organic removal and membrane fouling reduction in water treatment // *Desalination*. – 2015. – Vol. 355. – p. 204-216.
110. Pramanik B. K., Roddick F. A., Fan L. A comparative study of biological activated carbon, granular activated carbon and coagulation feed pre-treatment for improving microfiltration performance in wastewater reclamation // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 475. – p. 147-155.
111. Abdel-Jawad M., El-Sayed E., Ebrahim S., Al-Saffar A., Safar M., Tabnabaei M., Al-Nuwaibit G. Fifteen years of R&D in seawater desalination at KISR. Part I. Pretreatment technologies for RO // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 155-167.
112. Côté P., Caderaa J., Coburna J., Munrob A. A new immersed membrane for pretreatment to reverse osmosis // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p. 229-236.

113. Wilf M., Schierach M. Improved performance and cost reduction of RO seawater systems using UF pretreatment // *Desalination*. – 2001. – Vol. 135. – p. 61-68.
114. Zaviska F., Chun Y., Heran M., Zou L. Using FO as pre-treatment of FO for high scaling potential brackish water: Energy and performance optimization // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 492. – p. 430-438.
115. Kim J., Davies S., Baumann M., Tarabara V., Masten S. Effect of ozone dosage and hydrodynamic conditions on the permeate flux in a hybrid ozonation–ceramic ultrafiltration system treating natural waters // *Journal of Membrane Science*. – 2008. – Vol. 311. – p. 165-172.
116. Kim J.-O., Shin E.-B., Bae W., Kim S.-K., Kim R.-H. Effect of intermittent back ozonation for membrane fouling reduction in microfiltration using a metal membrane // *Desalination*. – 2002. – Vol. 143. – p. 269-278.
117. Park Y. Effect of ozonation for reduction membrane-fouling in the UF membrane // *Desalination*. – 2002. – Vol. 147. – p. 43-48.
117. Park Y. Effect of ozonation for reduction membrane-fouling in the UF membrane // *Desalination*. – 2002. – Vol. 147. – p. 43-48.
118. Pasmore M., Todd P., Smith S., Baker D., Silverstein J., Coons D., Bowman C. Effects of ultrafiltration membrane surface properties on *Pseudomonas aeruginosa* biofilm initiation for the purpose of reducing biofilm // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 194. – p. 15-32.
119. Park S. Y., Chung J. W., Kwak S.-Y. Regenerable anti-fouling active PTFE membrane with thermo-reversible “peel-and-stick” hydrophilic layer // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 491. – p. 1-9.
120. Qin A., Li X., Zhao X., Liu D., He Ch. Preparation and characterization of nano-chitin whisker reinforced PVDF membrane with excellent antifouling property // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 480. – p. 1-10.
121. Park S. Y., Choi S. H., Chung J. W., Kwak S.-Y. Anti-scaling ultrafiltration/microfiltration (UF/MF) polyvinidene fluoride (PVDF) membranes

with positive surface charges for  $\text{Ca}^{2+}$ /silica-rich wastewater treatment // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 480. – p. 122-128.

122. Feng K., Hou L., Tang B., Wu P. A self-protected self-cleaning ultrafiltration membrane by using polydopamine as a free-radical scavenger // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 490. – p. 120-128.

123. Chae H.-R., Lee J., Lee Ch.-H., Kim I.-Ch., Park P.-K. Graphen oxide-emnedded thin-film composite reverse osmosis membrane with high flux, anti-biofouling, and chlorine resistance // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 483. – p. 128-135.

124. Vakuliuk P.V. Surface modification of membranes for biofouling reduction // II Ukrainian-Polish scientific conference “Membrane and sorption processes and technologies” (Kyiv, December 2-4, 2015). Abstracts. – Kyiv: NaUKMA, 2015. – p. 228.

125. Faibish R., Cohen Y. Fouling-resistant ceramic-supported polymer membranes for ultrafiltration of oil-in-water microemulsions // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 185. – p. 129-143.

126. Ronen A., Lerman S., Ramon G., Dosoretz C. Experimental characterization and numerical simulation of anti-biofuling activity of nanosilver-modified feed spacers in membrane filtration // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 475. – p. 320-329.

127. Cabassud C., Laborie S., Durand-Bourlier L., Lainé. Air sparging in ultrafiltration hollow fibers: relationship between flux anhancement, cake characteristics and hydrodynamic parameters // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 181. – p. 57-69.

128. Akoum O., Jaffrine M., Ding L., Paullier P., Vanhoutte C. An hydrodynamic investigation of microfiltration and ultrafiltration in a vibrating membrane module // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 197. – p. 37-52.

129. Metsämuuronen S., Howell J., Myström M. Critical flux in ultrafiltration of myoglobine and baker's yeast // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 196. – p. 13-25.

130. Rspinasse B., Bachin P., Aimar P. Om an experimental method to measure critical flux in ultrafiltration // *Desalination*. – 2002. – Vol. 146. – p. 91-96.
131. Vrouwenvelder J.S., van Paassen J.A.M., van Agtmaal J.M.C, van Loosdrecht M.C.M., Kruithof J.C. A critical flux to avoid biofouling of spiral wound nanofiltration and reverse osmosis membranes: Fact or fiction? // *Journal of Membrane Science*. – 2009. – Vol. 326. – P. 36-44.
132. Porter M. Handbook of industrial membrane technology. – Westwood, New Jersey: Noyes pudlications. – 619 p.
133. Kuberkar V., Davis R. Microfiltrarion of protein-cell mixtures with crossflussing or backpulsing // *Journal of Membrane Science*. – 2001. – Vol. 183. – P. 1-14.
134. Bourjeni E. E., Li Y., Zydney A. Application of periodic backpulsing to reduce membrane fouling during ultrafiltration of plasmid DNA // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 473. – P. 102-108.
135. Mores W., Davis R. Yeast foulant removal by backpulses in crossflow microfiltration // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 208. – P. 389-404.
136. McAlexander B., Johnson D. Backpulsing fouling control with membrane recovery of light non-aqueous phase liquids // *Journal of Membrane Science*. – 2003. – Vol. 227. – P. 137-158.
137. Charfi A., Y. Yang., Harmand J., Ben Amar N., Heran M., Grasmick A. Soluble microbial products and suspended solids influence in membrane fouling dynamics and interest of punctual relaxation and/or backwashing // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 475. – P. 156-166.
138. Zhao Y., Zhong J., Li H., Xu N., Shi J. Fouling and regeneration of ceramic microfiltration membrames in processing acid wastewater containing fine TiO<sub>2</sub> particles // *Journal of Membrane Science*. – 2002. – Vol. 208. – P. 331-341.
139. Wibisono Y., El Obied K. E., Cornelissen E.R., Kemperman A.J.B., Nijmeijer K. Biofouling removal in spiral-wound nanofiltration elements using two-phase flow cleaning // *Journal of Membrane Science*. – 2015. – Vol. 475. – P. 131-146.



140. Wallberg O., Jönsson A.-S., Wickström P. Membrane cleaning – a case study in a sulphite pulp mill bleach plant // *Desalination*. – 2001. – Vol. 141. – p. 259-268.
141. Weis A., Bird M., Nyström M. The chemical cleaning of polymeric UF membranes fouled with spent sulphite liquor over multiple operational cycles // *Journal of Membrane Science*. – 2003 – Vol. 216. – P. 67-79.
142. Madaeni S. S., Mohamamdi T., Moghadam M. K. Chemical cleaning of reverse osmosis membranes // *Desalination*. – 2001. – Vol. 134. – p. 77-82.
143. Kuzmenko D., Arkhangelsky E., Belfer S., Freger V., Gitis V. Chemical cleaning of UF membranes fouled by BSA // *Desalination*. – 2005. – Vol. 179. – p. 323-333.
144. Molinari R. Argurio P., Romeo L. Studies on interactions between membranes (RO and NF) and pollutants (SiO<sub>2</sub>, NO<sub>3</sub><sup>-</sup>, Mn<sup>++</sup> and humic acid) in water // *Desalination*. – 2001. – Vol. 138. – p. 271-281.
145. Kim Y.-B., Lee K., Chung J.-H. Optimum cleaning-in-place conditions for stainless steel microfiltration membrane fouled by terephthalic acid solids // *Journal of Membrane Science*. – 2002 – Vol. 209. – P. 233-240.
146. Liikanen R. Yli-Kuivila J., Laukkanen R. Efficiency of various chemical cleaning for nanofiltration membrane fouled by conventionally-treated surface water // *Journal of Membrane Science*. – 2002 – Vol. 195. – P. 265-276.
147. Mohammadi T. Chemical cleaning of a polyamide membrane // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p.381.
148. Sadhawani J., Veza J. Cleaning tests for seawater reverse osmosis membranes // *Desalination*. – 2001. – Vol. 139. – p. 177-182.
149. Košutič K., Kunst B. RO and NF membrane fouling and cleaning and pore size distribution variations // *Desalination*. – 2002. – Vol. 150. – p. 113-120.
150. Allie Z., Jacobs E. P., Maartens A., Swart P. Enzymatic cleaning of ultrafiltration membranes fouled by abattoir effluent // *Journal of Membrane Science*. – 2003 – Vol. 218. – P. 107-116.

151. Argüello M. A., Álvarez S., Riera F. A., Álvarez R. Enzymatic cleaning of inorganic ultrafiltration membranes used for whey protein fractionation // *Journal of Membrane Science*. – 2003 – Vol. 216. – P. 121-134.
152. Maartens A., Jacobs E.P., Swart P. UF of pulp and paper effluent: membrane fouling-prevention and cleaning // *Journal of Membrane Science*. – 2002 – Vol. 209. – P. 81-92.
153. Аксельруд, Г. А. Растворение твердых веществ [Текст]: научное издание / Г. А. Аксельруд, А. Д. Молчанов. - М. : Химия, 1977. - 272 с. : ил.
154. Petrescu S., Petrescu J. Lisa C. Mass transfer at solid dissolution // *Chemical engineering journal* – 1997 – Vol. 66. – P. 57-63.
155. Petrescu S., Fechet I., Ciubotariu C. Mass transfer in fixed bed solid dissolution // *Chemical engineering journal* – 1998 – Vol. 69. – P. 39-45.
156. Elperin T., Fominykh A. Effect of solute concentration level on the rate of coupled mass and heat transfer during solid sphere dissolution in a uniform fluid flow // *Chemical Engineering Science* – 2001 – Vol. 56. – P. 3065-3074.
157. Kannan A., Pathan S. Enhancement of solid dissolution processes // *Chemical engineering journal* – 2004. – Vol. 102. – P. 45-49.
158. Ярослав Михайлович Гумницький: Бібліографічний показник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. – Вип. 47. – 120 с. (Бібліографія вчених Львівської політехніки).
159. Вітенько Т.М. Механізм та кінетичні закономірності інтенсифікуючої дії гідродинамічної кавітації у хіміко-технологічних процесах: автореф. дис. ... д-ра. техн. наук: 05.17.08 / Вітенько Тетяна Миколаївна; Тернопіль. нац. техн. ун-т ім. Івана Пулюя. – Т., 2007. – 36 с.
160. Yu C.-H., Wu Ch.-H., Lin Ch.-H., Hsiao Ch.-H., Lin Ch.-F.. Hydrophobicity and molecular weight of humic substance on ultrafiltration fouling and resistance // *Separation and Purification Technologies* – 2008. – Vol. 64. – P. 206-212.

161. Корнієнко Я.М. Фізична модель процесу регенерації рулонованих мембранних модулів / Корнієнко Я.М., Гулієнко С.В // Наукові парці ОНАХТ. – 2013. - Випуск 43. - Т.1 - с. 65-68
162. Korniyenko Y., Guliienko S., Lialka M. Mathematical simulation of fouled modules regeneration // Ukrainian Food Journal. – 2015. – Volume 4 – P. 481–493.
163. Корнієнко Я.М. Оцінка ефективності регенерації відпрацьованих рулонованих мембранних модулів / Я.М. Корнієнко, С.В. Гулієнко, М.О. Лялька // Наукові парці ОНАХТ. – 2015. - Випуск 47. - Т.1 – с.19-21.
164. Кафаров В.В. Основы массопередачи. – 3-е изд., перера. и доп. – М.: Высш. шк., 1979. – 439 с., ил.
165. Радченко Л. Б., Мікульнок І. О. Моделювання процесів хімічної технології. – К.: ВПІ ВПК «Політехніка», 2005. – Ч.1: Теоретичні основи. – 126 с.: іл.
166. Birn R. B., Stewart W., Lightfoot E. Transport phenomena. Second Edition. – New York/Chichester/Weinheim/Brisbane/Singapore/Toronto: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 912 p.
167. Korniyenko Y. Mathematical model of dissolving inorganic fouling in spiral wound membrane module / Korniyenko Y., Guliienko S. // The Advanced Science Journal. – 2014. – issue 4. – p. 47-50.
168. Hydranautics Nitto Group Company. Membrane element ESPA – 2514 [Електронний ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу — <http://www.membranes.com/docs/2inch/ESPA%20-%202514.pdf>
169. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. 2-е изд., доп. и перераб. - М.: Наука, 1972. - 721 с.
170. Справочник химика / [под. ред. Б. П. Никольского]. – М.: Химия. 1965. Т.3 Химическое равновесие и кинетика. Свойства растворов.
171. Врагов А.П. Масообмінні процеси та обладнання хімічних і газонафтопереробних виробництв. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2007. – 284 с. іл.

172. Thibodeaux L., Mackay D. Handbook of Chemical Mass Transport in the Environment. – New York CRC Press, 2011. – 616 p.
173. Зайдель А.Н. Элементарные оценки ошибок измерений. Изд. 2-е исп. и доп. Л., «Наука», Ленинградское отд., 1967. – 88 с. с.ил.
174. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 381 с.
175. Марков Н.С. Основы теории обработки результатов измерений. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 173 с.
176. Ахназарова С. Л., Кафаров В.В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 327 с., ил.
177. Sioutolopoulos D., Karabelas A. The effect of permeation flux on specific resistance of polysaccharide fouling layers developing during dead-end ultrafiltration // Journal of Membrane Science. – 2015 – Vol. 473. – P. 292-301.
178. Runge-Kutta Methods [Электронный ресурс]. – Назва з екрану. – Режим доступу – <http://www.math.utah.edu/~pa/6620/rkm.pdf>
179. Корнієнко Я.М. Оцінка ефективності відновлення властивостей рулонованих мембранних модулів з використанням гідродинамічної кавітації / Корнієнко Я.М., Гулієнко С.В // Наукові парці ОНАХТ. – 2012. – Випуск 41. - Т.1 - с. 142-147.
180. Корнієнко Я.М. Фізичне моделювання процесу зворотнього осмосу / Корнієнко Я.М., Заграй Я.М., Гулієнко С.В. // Наукові праці ОНАХТ. – 2011. – Випуск 39. – Т. 2.. – С.91-95.
181. Корнієнко Я.М. Підвищення ефективності регенерації забруднених рулонованих мембранних модулів / Я.М. Корнієнко, С.В. Гулієнко, О.В. Григоренко // Наукові парці ОНАХТ. – 2014. – Випуск 45. - Т.3 - с. 101-104.

**Додаток А.**  
**Розрахунок похибок вимірювань**

### А.1 Визначення похибок прямих вимірювань

Прямим вимірюванням підлягали вимірювання маси, часу, концентрації, температури, тиску об'єму пермеату та об'єму ретенту. Величини, що підлягали вимірюванню, прилади та параметри точності вимірювання наведені в таблиці А.1.

**Таблиця А.1 – Характеристики вимірювальних приладів**

Назва величини	Назва приладу	Одиниця вимірювання	Границі вимірювання	Одиниця молодшого розряду	Гранична допустима похибка приладу, %
Маса	Ваги	кг	0-30	0,005	±0,02
Час	Секундомір	с	0-60	0,01	±0,02
Концентрація	TDS-метр	ppm (мг/дм³)	0-9990	1	±2
Температура	Термопара ХК	°С	0-50	0,1	±0,02
Розрідження	Мановакуумметр	МПа	–0,1-0,15	0,002	±1,3
	Вакуумметр	МПа	–0,1-0	0,0005	±0,5
	Вакуумметр	МПа	–0,1-0	0,002	±2
Об'єм пермеату	Мірний циліндр	мл.	0-250	2	±0,8
Об'єм ретенту	Мірний циліндр	мл.	0-1000	10	±1

Довірчий інтервал шуканої величини визначався з ймовірністю  $\alpha = 0,95$  (ступінь ризику  $p = 0,05$ ). Результати записувались у вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \Delta_{\Sigma} \quad (\text{А.1})$$

де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне значення величини;

$\Delta_{\Sigma}$  – значення абсолютної похибки вимірювання, залежить від умов проведення експерименту та складається з суми систематичної та раптової похибок.

При цьому враховувалося, що зменшення раптової похибки  $\Delta_p$  до значення меншого  $1/3$  величини сумарної систематичної похибки є недоцільним.

### А.1.1 Визначення похибок прямих вимірювань концентрації

Результати вимірювань концентрації наведені в таблиці А.2

**Таблиця А.2 – Результати вимірювань концентрації**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	251	0
2	252	1
3	250	1
4	251	0
5	250	1
6	252	1
	$\bar{x} = 251$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 4$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4}{6-1}} = 0,8944$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{1}{3} = 0,333$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,333}{0,8944} = 0,3723$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 1 + 2,6 \frac{0,8944}{\sqrt{6}} = 1,949$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=6$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,6$ .

Дійсне значення концентрації можна записати:

$$C = \bar{C} \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{C} \pm 1,949 \text{ мг/дм}^3$$

### А.1.2 Визначення похибок прямих вимірювань маси

Результати вимірювань маси наведені в таблиці А.3

**Таблиця А.3 – Результати вимірювань маси**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	0,66	0,00001838
2	0,65	0,0002041
3	0,68	0,0002469
4	0,69	0,0006612
5	0,66	0,00001838
6	0,65	0,0002041
7	0,66	0,00001838
	$\bar{x} = 0,6649$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,001371$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,001371}{7-1}} = 0,01512$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,005}{3} = 0,001667$$



Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,001667}{0,01512} = 0,1102$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,005 + 2,4 \frac{0,01512}{\sqrt{7}} = 0,01871$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=7$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,4$ .

Дійсне значення маси можна записати:

$$M = \bar{M} \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{M} \pm 0,01871 \text{ кг.}$$

### А.1.3 Визначення похибок прямих вимірювань температури

Результати вимірювань температури наведені в таблиці А.4

**Таблиця А.4 – Результати вимірювань температури**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	13	0
2	12,8	0,04
3	12,6	0,16
4	13	0
5	13,1	0,01
6	13,1	0,01
7	13,4	0,16
8	13	0
	$\bar{x} = 13$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,38$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,38}{8-1}} = 0,2330$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,1}{3} = 0,03333$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,0333}{0,2330} = 0,1431$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,1 + 2,4 \frac{0,2330}{\sqrt{8}} = 0,2077$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=8$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,4$ .

Дійсне значення температури можна записати:

$$t = \bar{t} \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{t} \pm 0,2077 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

#### **А.1.4 Визначення похибок прямих вимірювань тиску**

Результати вимірювань тиску на вході в мембранний модуль наведені в таблиці А.5

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,000002875}{8-1}} = 0,0006409$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,002}{3} = 0,0006667$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,0006667}{0,0006409} = 1,040$$

**Таблиця А.5 – Результати вимірювань тиску на вході в мембранний модуль**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	0,091	$1,265 \cdot 10^{-6}$
2	0,089	$7,656 \cdot 10^{-7}$
3	0,09	$1,562 \cdot 10^{-8}$
4	0,09	$1,562 \cdot 10^{-8}$
5	0,09	$1,562 \cdot 10^{-8}$
6	0,09	$1,562 \cdot 10^{-8}$
7	0,089	$7,656 \cdot 10^{-7}$
8	0,09	$1,562 \cdot 10^{-8}$
	$\bar{x} = 0,08988$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,000002875$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,002 + 2,4 \frac{0,0006409}{\sqrt{8}} = 0,002544$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=8$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,4$ .

Дійсне значення тиску можна записати:

$$P_1 = \bar{P}_1 \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{P}_1 \pm 0,002544 \text{ МПа.}$$

Результати вимірювань тиску на виході з мембранного модуля наведені в таблиці А.6

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,000004}{8-1}} = 0,0007559$$

**Таблиця А.6 – Результати вимірювань тиску на виході з мембранного модуля**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	0,092	$1,562 \cdot 10^{-6}$
2	0,09	$5,625 \cdot 10^{-7}$
3	0,091	$6,25 \cdot 10^{-8}$
4	0,091	$6,25 \cdot 10^{-8}$
5	0,091	$6,25 \cdot 10^{-8}$
6	0,091	$6,25 \cdot 10^{-8}$
7	0,0895	$1,562 \cdot 10^{-6}$
8	0,0905	$6,25 \cdot 10^{-8}$
	$\bar{x} = 0,09075$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,000004$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,0005}{3} = 0,0001667$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,0001667}{0,0007559} = 0,2205$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,0005 + 2,4 \frac{0,0007559}{\sqrt{8}} = 0,001141$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=8$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,4$ .

Дійсне значення тиску можна записати:

$$P_2 = \bar{P}_2 \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{P}_2 \pm 0,001141 \text{ МПа.}$$

Результати вимірювань тиску в проміжній ємності наведені в таблиці А.7

**Таблиця А.7 – Результати вимірювань тиску проміжній ємності**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	0,096	$7,563 \cdot 10^{-6}$
2	0,093	$6,25 \cdot 10^{-8}$
3	0,093	$6,25 \cdot 10^{-8}$
4	0,093	$6,25 \cdot 10^{-8}$
5	0,092	$1,563 \cdot 10^{-6}$
6	0,093	$6,25 \cdot 10^{-8}$
7	0,092	$1,563 \cdot 10^{-6}$
8	0,094	$5,625 \cdot 10^{-7}$
	$\bar{x} = 0,9325$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,0000115$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,0000115}{8-1}} = 0,001282$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,002}{3} = 0,0006667$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,0006667}{0,001282} = 0,5201$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,02 + 2,4 \frac{0,001282}{\sqrt{8}} = 0,003088$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=8$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,4$ .

Дійсне значення тиску можна записати:

$$P_3 = \bar{P}_3 \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{P}_3 \pm 0,003088 \text{ МПа.}$$

#### А.1.4 Визначення похибок прямих вимірювань часу

Результати вимірювань часу наведені в таблиці А.8

**Таблиця А.8 – Результати вимірювань часу**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	120,6	0,03423
2	120,41	$2,5 \cdot 10^{-5}$
3	120,56	0,02103
4	120,6	0,03422
5	120,07	0,1190
6	120,41	$2,5 \cdot 10^{-5}$
7	120,22	0,03802
8	120,32	0,009025
9	120,53	0,01322
10	120,43	0,000225
	$\bar{x} = 120,415$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 0,2691$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,2691}{10-1}} = 0,1728$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{0,01}{3} = 0,003333$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{0,003333}{0,1728} = 0,01928$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,1 + 2,3 \frac{0,1728}{\sqrt{10}} = 0,1357$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=10$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,3$ .

Дійсне значення часу можна записати:

$$\tau = \bar{\tau} \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{\tau} \pm 0,1357 \text{ с.}$$

#### **А.1.5 Визначення похибок прямих вимірювань об'єму**

Результати вимірювань об'єму пермеату в таблиці А.9

**Таблиця А.9 – Результати вимірювань об'єму пермеату**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	$2,41 \cdot 10^{-4}$	$6,25 \cdot 10^{-12}$
2	$2,35 \cdot 10^{-4}$	$1,225 \cdot 10^{-11}$
3	$2,37 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-12}$
4	$2,37 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-12}$
5	$2,37 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-12}$
6	$2,38 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-13}$
7	$2,40 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-12}$
8	$2,39 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-13}$
9	$2,41 \cdot 10^{-4}$	$6,25 \cdot 10^{-12}$
10	$2,40 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-12}$
	$\bar{x} = 2,385 \cdot 10^{-4}$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 3,65 \cdot 10^{-11}$

Визначимо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{3,65 \cdot 10^{-11}}{10-1}} = 2,014 \cdot 10^{-6}$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{3} = 6,667 \cdot 10^{-7}$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{6,667 \cdot 10^{-7}}{2,014 \cdot 10^{-6}} = 0,331$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 10^{-6} + 2,3 \frac{2,014 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{10}} = 3,465 \cdot 10^{-6}$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=10$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,3$ .

Дійсне значення об'єму пермеату можна записати:

$$V_p = \bar{V}_p \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{V}_p \pm 3,465 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Результати вимірювань об'єму ретентату наведені в таблиці А.10

**Таблиця А.10 – Результати вимірювань об'єму ретентату**

№ досліду	Значення величини,	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-11}$
2	$6,35 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-10}$
3	$6,45 \cdot 10^{-4}$	0
4	$6,45 \cdot 10^{-4}$	0
5	$6,45 \cdot 10^{-4}$	0
6	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-11}$
7	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-11}$
8	$6,25 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-10}$
9	$6,55 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-10}$
10	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-10}$
	$\bar{x} = 6,45 \cdot 10^{-4}$	$\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 = 9 \cdot 10^{-10}$

Визначаємо середньоквадратичну похибку прямого вимірювання:



$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-10}}{10-1}} = 1 \cdot 10^{-5}$$

Визначаємо допустиме значення раптової похибки:

$$\Delta_p = \frac{\delta}{3} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{3} = 3,333 \cdot 10^{-6}$$

Визначається довірчий інтервал, виражений в долях середньоквадратичної похибки:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_p}{S} = \frac{3,333 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-5}} = 0,333$$

Розраховуємо сумарну похибку результату прямого вимірювання:

$$\Delta_{\Sigma} = \delta + t_{\alpha n} \frac{S}{\sqrt{n}} = 1 \cdot 10^{-6} + 2,3 \frac{1 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{10}} = 1,727 \cdot 10^{-5}$$

де  $t_{\alpha n}$  – коефіцієнт Стюдента, для імовірності 0,95 і кількості вимірювань  $n=10$  за таблицею наведеною в [173] визначаємо  $t_{\alpha n} = 2,3$ .

Дійсне значення об'єму пермеату можна записати:

$$V_r = \bar{V}_r \pm \Delta_{\Sigma} = \bar{V}_r \pm 1,727 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

## А.2 Визначення похибок непрямих вимірювань

Непрямим вимірюванням підлягають вимірювання швидкості руху рідини в каналах мембрани та коефіцієнт масовіддачі.

У випадку, коли невідома величина є функцією двох або більшої кількості незалежно змінюваних величин  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$   
 $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , абсолютне значення похибки визначаємо за залежністю [169]:

$$\Delta Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta_{\Sigma i} \right)^2} \quad (\text{А.2})$$

де  $\frac{\partial f}{\partial X_i}$  часткова похідна по змінній  $X_i$ , сумарна абсолютна похибка якої дорівнює  $\Delta_{\Sigma i}$ .

### **А.2.1 Визначення похибок непрямих вимірювань швидкості руху рідини в каналах рулонованого мембранного модуля**

Швидкість руху рідини в каналах за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$W = \frac{G}{S\tau} = \frac{\Delta M}{\rho S\tau} \quad (\text{A.3})$$

При цьому густина промивного розчину  $\rho$  та площа поперечного перерізу каналу рулонованого модуля  $S$  є константами для умов проведення вимірювань, а зміна маси  $\Delta M$  та час  $\tau$  визначалися прямими вимірюваннями. Тоді похибка вимірювання швидкості руху рідини становитиме:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial \Delta M} \Delta_{\Sigma \Delta M}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial \tau} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho S\tau} \Delta_{\Sigma \Delta M}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta M}{\rho S\tau^2} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,0003675 \cdot 999,03 \cdot 120,41} \cdot 0,01871\right)^2 + \left(-\frac{0,7079}{0,0003675 \cdot 999,03 \cdot 120,41^2} \cdot 0,1358\right)^2} = \\ &= 2,215 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Отже результат визначення швидкості запишемо:

$$W = \bar{W} \pm \Delta W = \bar{W} \pm 2,215 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

### **А.2.2 Визначення похибок непрямих вимірювань коефіцієнта перенесення маси**

Коефіцієнт перенесення маси за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$K = \frac{\Delta M (C_{\kappa} - C_{\Pi})}{\tau \left( C^P + \frac{C_{\kappa} + C_{\Pi}}{2} \right) F} \quad (\text{A.4})$$

При цьому за умов вимірювань константою є концентрація насичення  $C^P$  та площа поверхні мембран  $F$ , решта величин визначаються за прямими вимірюваннями. Похибка непрямого вимірювання буде визначатися:

$$\Delta K = \sqrt{\left(\frac{\partial \beta}{\partial \Delta M} \Delta_{\Sigma \Delta M}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial \tau} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial C_{\kappa}} \Delta_{\Sigma C_{\kappa}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial C_{\Pi}} \Delta_{\Sigma C_{\Pi}}\right)^2} \quad (\text{A.5})$$

Для спрощення запису знайдемо окремо значення похідних в рівняння (A.5).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial \Delta M} &= \frac{(C_{\kappa} - C_{\Pi})}{\tau \left( C^P + \frac{C_{\kappa} + C_{\Pi}}{2} \right) F} = \frac{6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}}{120,43 \cdot \left( 357 - \frac{6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}}{2} \right) \cdot 0,43} = 1,011 \cdot 10^{-7} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \tau} &= \frac{\Delta M (C_{\kappa} - C_{\Pi})}{\tau^2 \left( C^P + \frac{C_{\kappa} + C_{\Pi}}{2} \right) F} = \frac{-0,707 \cdot (6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3})}{120,43^2 \cdot \left( 357 - \frac{6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}}{2} \right) \cdot 0,43} = -3,5937 \cdot 10^{-10} \\ \frac{\partial \beta}{\partial C_{\kappa}} &= \frac{\Delta M}{\tau F} \left( \frac{C_{\kappa} - C_{\Pi}}{2 \left( \frac{C_{\kappa}}{2} + \frac{C_{\Pi}}{2} - C^P \right)^2} - \frac{1}{\frac{C_{\kappa}}{2} + \frac{C_{\Pi}}{2} - C^P} \right) = \\ &= \frac{0,707}{120,43 \cdot 0,46} \left( \frac{6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \left( \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} - 357 \right)^2} - \frac{1}{\frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} - 357} \right) = 3,575 \cdot 10^{-5} \\ \frac{\partial \beta}{\partial C_{\Pi}} &= \frac{\Delta M}{\tau F} \left( \frac{C_{\kappa} - C_{\Pi}}{2 \left( \frac{C_{\kappa}}{2} + \frac{C_{\Pi}}{2} - C^P \right)^2} + \frac{1}{\frac{C_{\kappa}}{2} + \frac{C_{\Pi}}{2} - C^P} \right) = \\ &= \frac{0,707}{120,43 \cdot 0,46} \left( \frac{6 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \left( \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} - 357 \right)^2} + \frac{1}{\frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} - 357} \right) = -3,575 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Тоді похибка непрямого вимірювання становитиме:

$$\Delta K = \sqrt{\left(\frac{\partial \beta}{\partial \Delta M} \Delta_{\Sigma \Delta M}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial \tau} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial C_k} \Delta_{\Sigma C_k}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial C_n} \Delta_{\Sigma C_n}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(1,001 \cdot 10^{-7} \cdot 0,01871\right)^2 + \left(-5,937 \cdot 10^{-10} \cdot 0,1356\right)^2 + \left(3,575 \cdot 10^{-5} \cdot 1,949 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(-3,575 \cdot 10^{-5} \cdot 1,949 \cdot 10^{-3}\right)^2}$$

$$9,856 \cdot 10^{-8}$$

Отже результат визначення коефіцієнта перенесення маси записуємо:

$$K = \bar{K} \pm \Delta K = \bar{K} \pm 9,856 \cdot 10^{-8} \text{ м/с.}$$

### **А.2.3 Визначення похибок непрямих вимірювань об'ємних витрат пермеату**

Об'ємна витрата пермеату визначається за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$J_p = \frac{V_p}{\tau} \quad (\text{A.6})$$

Тоді похибка вимірювання об'ємних витрат пермеату становитиме:

$$\Delta J_p = \sqrt{\left(\frac{\partial J_p}{\partial V_p} \Delta_{\Sigma V_p}\right)^2 + \left(\frac{\partial J_p}{\partial \tau} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\tau} \Delta_{\Sigma V_p}\right)^2 + \left(-\frac{V_p}{\tau^2} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{120,41} \cdot 3,465 \cdot 10^{-6}\right)^2 + \left(-\frac{2,385 \cdot 10^{-4}}{120,41^2} \cdot 0,1358\right)^2} =$$

$$= 2,886 \cdot 10^{-8}$$

Отже результат визначення об'ємних витрат пермеату записуємо:

$$J_p = \bar{J}_p \pm \Delta J_p = \bar{J}_p \pm 2,886 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{с.}$$

### **А.2.4 Визначення похибок непрямих вимірювань об'ємних витрат ретентату**

Об'ємна витрата пермеату визначається за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$J_r = \frac{V_r}{\tau} \quad (\text{A.7})$$

Тоді похибка вимірювання об'ємних витрат ретентату становитиме:

$$\begin{aligned}\Delta J_r &= \sqrt{\left(\frac{\partial J_r}{\partial V_r} \Delta_{\Sigma V_p}\right)^2 + \left(\frac{\partial J_r}{\partial \tau} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\tau} \Delta_{\Sigma V_p}\right)^2 + \left(-\frac{V_r}{\tau^2} \Delta_{\Sigma \tau}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{120,41} \cdot 1,727 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(-\frac{6,45 \cdot 10^{-4}}{120,41^2} \cdot 0,1358\right)^2} = \\ &= 1,07 \cdot 10^{-7}\end{aligned}$$

Отже результат визначення об'ємних витрат ретентату записуємо:

$$J_r = \bar{J}_r \pm \Delta J_r = \bar{J}_r \pm 1,07 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{с}.$$

#### **A.2.5 Визначення похибок непрямих вимірювань коефіцієнта розділення**

Коефіцієнт розділення визначається за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$R = 1 - \frac{C_p}{C_f} \quad (\text{A.8})$$

Тоді похибка вимірювання коефіцієнта розділення становитиме:

$$\begin{aligned}\Delta R &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial C_p} \Delta_{\Sigma C_p}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial C_f} \Delta_{\Sigma C_f}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{C_f} \Delta_{\Sigma C_p}\right)^2 + \left(\frac{C_p}{C_f^2} \Delta_{\Sigma C_f}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(-\frac{1}{251} \cdot 1,949\right)^2 + \left(\frac{251}{251^2} \cdot 1,949\right)^2} = \\ &= 0,011\end{aligned}$$

Отже результат визначення коефіцієнта розділення записуємо:

$$R = \bar{R} \pm \Delta R = \bar{R} \pm 0,011.$$

#### **A.2.6 Визначення похибок непрямих вимірювань коефіцієнта регенерації**

Коефіцієнт розділення визначається за результатами вимірювань визначається за формулою:

$$\psi = \frac{J_{i+1} - J_i}{J_i} = \frac{J_{i+1}}{J_i} - 1 \quad (\text{A.9})$$

Тоді похибка вимірювання коефіцієнта розділення становитиме:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \sqrt{\left(\frac{\partial\psi}{\partial J_p} \Delta_{\Sigma J_p}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial J_p} \Delta_{\Sigma J_p}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{J_p} \Delta_{\Sigma J_p}\right)^2 + \left(-\frac{J_p}{J_p^2} \Delta_{\Sigma J_p}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{2,25 \cdot 10^{-6}} \cdot 2,886 \cdot 10^{-8}\right)^2 + \left(-\frac{2,25 \cdot 10^{-6}}{(2,25 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 2,886 \cdot 10^{-8}\right)^2} = \\ &= 0,018 \end{aligned}$$

Отже результат визначення коефіцієнта розділення запишемо:

$$\psi = \bar{\psi} \pm \Delta\psi = \bar{\psi} \pm 0,018.$$

**Додаток Б.**

**Результати експериментальних досліджень масообміну в каналах  
рулонованого мембранного модуля**

## Б.1 Результати вимірювань при визначенні коефіцієнтів критеріального рівняння

Результати експериментальних досліджень наведені в таблиці Б.1.

**Таблиця Б.1 – Результати експериментальних досліджень**

№	Результати вимірювань									
	$M_i$	$\tau$	$C_{\Pi}$	$C_K$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
	кг	с	мг/дм <sup>3</sup>	мг/дм <sup>3</sup>	°С	°С	°С	МПа	МПа	МПа
$M_0=10,395$ кг										
1	9,76	180	4	10	13	13,8	12,8	0,091	0,092	0,096
2	9,295	180	4	6	12,8	13,7	12,9	0,089	0,09	0,093
3	9,24	180	4	16	12,6	13,8	13,2	0,09	0,091	0,093
4	9,16	180	4	10	13	13,9	13,3	0,09	0,091	0,093
5	9,035	180	4	6	13,1	14	13,4	0,09	0,091	0,092
6	8,925	180	4	10	13,1	14,1	13,5	0,09	0,091	0,093
7	8,815	180	4	10	13,4	14,2	13,6	0,089	0,0895	0,092
8	8,71	180	3	6	13	14,2	13,7	0,09	0,0905	0,094
$M_0=10,355$ кг										
1	9,458	180	4	6	14,5	15,2	14,8	0,088	0,0885	0,095
2	8,74	120	4	7	14,5	15,3	14,5	0,086	0,087	0,094
3	8,06	120	4	6	14,7	15,3	15	0,083	0,085	0,092
4	7,37	120	4	6	14,7	15,4	15,1	0,084	0,085	0,091
5	6,71	120	4	6	14,9	15,4	15,3	0,082	0,084	0,0905
$M_0=10,495$ кг										
1	9,78	120	4	11	12,9	13,8	13,9	0,085	0,087	0,096
2	8,77	120	5	7	13,1	13,8	13,9	0,085	0,087	0,094
3	7,785	120	4	7	13,2	13,9	13,9	0,084	0,086	0,094
4	6,805	120	4	9	13,3	13,9	13,9	0,083	0,085	0,094
5	5,88	120	4	7	13,6	13,9	13,9	0,085	0,087	0,084
$M_0=10,265$ кг										
1	8,85	120	5	9	13,9	14,4	14,5	0,082	0,0845	0,095
2	7,64	120	5	8	13,9	14,5	14,5	0,082	0,085	0,096
3	6,135	120	5	7	13,9	14,5	14,5	0,081	0,0835	0,095
4	4,79	120	5	7	13,9	14,6	14,5	0,081	0,084	0,095
5	3,44	120	5	6	13,9	14,6	14,5	0,081	0,084	0,095
$M_0=10,44$ кг										
1	9,11	120	2	5	13,3	14,4	14,2	0,082	0,084	0,096
2	7,5	120	2	6	13,7	14,3	14,1	0,08	0,083	0,096
3	5,86	120	2	5	13,7	14,3	14,2	0,079	0,082	0,096
4	4,29	120	2	5	13,7	14,3	14,2	0,08	0,082	0,096



## Продовження таблиці Б.1

№	Результати вимірювань									
	$M_i$	$\tau$	$C_{\Pi}$	$C_K$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
	кг	с	МГ/ДМ <sup>3</sup>	МГ/ДМ <sup>3</sup>	°С	°С	°С	МПа	МПа	МПа
$M_0=10,515$ кг										
1	8,06	120	5	10	13	13,8	13,4	0,07	0,075	0,096
2	5,82	120	6	8	12,9	13,7	13,4	0,076	0,079	0,096
3	4,76	120	6	14	12,9	13,8	13,4	0,076	0,079	0,096
$M_0=10,185$ кг										
1	8,46	120	6	9	13,7	14,3	14,1	0,076	0,079	0,096
2	6,52	120	6	9	13,9	14,4	14,2	0,072	0,076	0,09
3	4,61	120	6	7	13,9	14,5	14,2	0,075	0,079	0,094
$M_0=10,38$ кг										
1	7,87	120	6	8	13,5	14,4	13,8	0,074	0,078	0,096
2	5,625	120	6	8	13,4	14,3	13,8	0,075	0,078	0,096
3	3,52	120	6	7	13,4	14,2	13,9	0,075	0,078	0,091
$M_0=10,535$ кг										
1	7,935	120	6	9	13,6	14,6	13,8	0,071	0,078	0,096
2	5,2	120	6	9	13,5	14,5	13,8	0,07	0,075	0,096
3	2,25	120	6	9	13,6	14,3	13,9	0,07	0,075	0,096
$M_0=10,05$ кг										
1	7,02	120	8	10	18	-	19	0,07	0,074	0,094
2	4,04	120	7	14	18,7	-	19	0,07	0,073	0,094
3	1,75	120	8	15	18,7	19,4	19,1	0,07	0,074	0,094
$M_0=10,315$ кг										
1	6,67	120	8	15	19,1	19,7	19,4	0,066	0,07	0,094
2	3,425	120	8	11	19	19,7	19,4	0,066	0,07	0,094
$M_0=10,375$ кг										
1	6,78	120	9	15	17,1	17,8	17,5	0,056	0,07	0,092
2	4,2	120	9	15	17,2	17,8	17,6	0,058	0,072	0,094
$M_0=10,49$ кг										
1	9,745	120	8	15	17,6	18,4	18	0,088	0,089	0,094
2	9,145	120	7	14	17,7	18,4	18,1	0,087	0,088	0,094
3	8,59	120	8	14	17,7	18,5	18,2	0,087	0,088	0,093
4	8,06	120	8	11	17,8	18,6	18,3	0,086	0,087	0,093
5	7,535	120	8	11	17,9	18,6	18,3	0,086	0,087	0,092
$M_0=10,68$ кг										
1	10,08	120	8	15	18,8	19,6	18,9	0,089	0,09	0,094
2	9,685	120	9	12	18,7	19,5	18,9	0,086	0,087	0,094
3	9,3	120	9	12	18,6	19,5	18,9	0,086	0,0875	0,093
$M_0=10,285$ кг										
1	7,775	120	18	25	19,2	20	19,4	0,075	0,078	0,093
2	4,885	120	18	20	19,2	20	19,5	0,07	0,073	0,094

## Продовження таблиці Б.1

№	Результати вимірювань									
	$M_i$	$\tau$	$C_{\Pi}$	$C_K$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
	кг	с	МГ/ДМ <sup>3</sup>	МГ/ДМ <sup>3</sup>	°С	°С	°С	МПа	МПа	МПа
$M_0=10,54$ кг										
1	9,615	120	9	20	17,5	18	17,5	0,08	0,086	0,095
2	8,75	120	9	17	17,3	17,9	17,5	0,085	0,087	0,096
3	7,9	120	9	18	17,4	17,9	17,6	0,085	0,087	0,096
4	7,065	120	9	14	17,3	17,9	17,6	0,084	0,086	0,096
5	6,23	120	9	13	17,3	17,9	17,7	0,083	0,087	0,094
6	5,41	120	9	12	17,5	18	17,8	0,082	0,086	0,092
$M_0=10,415$ кг										
1	9,89	120	14	17	19,7	17,7	25,4	0,091	0,0915	0,094
2	9,695	120	13	18	20	18,5	25,5	0,091	0,092	0,094
3	9,505	120	14	16	20,3	19,1	25,5	0,091	0,092	0,095
4	9,33	120	14	16	20,8	19,8	25,5	0,091	0,092	0,096
5	9,165	120	14	16	21,1	20,2	25,4	0,09	0,091	0,094
6	9	120	14	15	21,3	20,6	25,4	0,09	0,091	0,094
$M_0=10,155$ кг										
1	9,745	120	15	17	19,7	20,1	27,3	0,089	0,09	0,094
2	9,345	120	15	17	23,2	20,4	27,2	0,086	0,087	0,092
3	8,95	120	15	17	23,9	21,2	27,2	0,087	0,088	0,092
4	8,56	120	15	17	24,1	21,8	27,2	0,088	0,089	0,094
5	8,19	120	15	17	24,6	22,3	27,2	0,082	0,084	0,088
6	7,835	120	15	17	24,6	22,7	27,2	0,082	0,083	0,088
$M_0=10,08$ кг										
1	9,715	120	15	20	16,7	17,5	27,8	0,09	0,091	0,094
2	9,35	120	15	17	21,5	18,2	27,9	0,088	0,089	0,094
3	8,99	120	15	18	22,7	19,3	27,8	0,089	0,09	0,095
4	8,635	120	15	18	23,7	20,3	27,8	0,089	0,09	0,094
5	8,285	120	15	18	24	21,1	27,8	0,088	0,09	0,094
6	7,95	120	15	20	24,2	21,8	27,8	0,088	0,089	0,093
$M_0=10,252$ кг										
1	9,55	120	15	18	21,8	20,8	28,2	0,088	0,089	0,094
2	9,03	120	15	18	24,2	21,4	28,1	0,087	0,088	0,094
3	8,525	120	15	18	25	22	28,1	0,086	0,088	0,094
4	8,02	120	15	18	25,2	22,6	28,1	0,086	0,088	0,094
5	7,55	120	15	18	25,4	23,3	28	0,086	0,087	0,092
$M_0=10,7$ кг										
1	10,06	120	13	42	17,4	18,6	17,4	0,086	0,087	0,095
2	9,386	120	15	67	17,4	18,5	17,5	0,083	0,085	0,09
3	8,685	120	15	34	17,1	18,4	17,6	0,084	0,086	0,093

## Б.2 Приклад визначення показника степеня при критерії Рейнольдса

Результати розрахунку критеріїв Шервуда та Рейнольдса, а також величин, необхідних для апроксимації, наведені в таблиці Б.2.

**Таблиця Б.2 – Визначення показника степеня при критерії Рейнольдса в межах зміни критерію Шмідта  $Sc=1303-149$**

№	Sh	Re	$u_i=\lg Re$	$v_i=\lg Sh$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
1	0,051474	9,67236	0,985532	-1,28841	0,971274	-1,26977	1,660013
2	0,067681	37,9385	1,57908	-1,16953	2,493494	-1,84678	1,367804
3	0,055518	6,206691	0,79286	-1,25557	0,628627	-0,99549	1,576446
4	0,024601	6,837123	0,834873	-1,60904	0,697014	-1,34335	2,589026
5	0,023604	6,559942	0,8169	-1,62702	0,667326	-1,32911	2,647189
6	0,034907	6,467548	0,81074	-1,45709	0,657299	-1,18132	2,123102
7	0,035566	6,534054	0,815183	-1,44897	0,664523	-1,18117	2,099502
8	0,027761	15,25666	1,18346	-1,55657	1,400577	-1,84214	2,422913
9	0,026127	7,15934	0,854873	-1,58291	0,730808	-1,35319	2,505613
10	0,026542	7,232002	0,859259	-1,57607	0,738325	-1,35425	2,484
11	0,036615	6,539095	0,815518	-1,43634	0,665069	-1,17136	2,063075
12	0,027163	7,256045	0,8607	-1,56602	0,740804	-1,34787	2,452415
13	0,071941	12,66701	1,102674	-1,14302	1,21589	-1,26038	1,3065
14	0,025165	6,533844	0,815169	-1,59921	0,6645	-1,30363	2,557473
15	0,236493	24,4917	1,389019	-0,62618	1,929373	-0,86978	0,392104
16	0,145144	24,83924	1,395138	-0,8382	1,946411	-1,16941	0,70258
17	0,12386	21,01581	1,322546	-0,90707	1,749128	-1,19964	0,822777
18	0,29792	30,15738	1,479394	-0,5259	2,188606	-0,77801	0,276571
19	0,088861	14,90619	1,173367	-1,05129	1,376789	-1,23355	1,105212
20	0,468383	19,19801	1,283256	-0,3294	1,646746	-0,4227	0,108503
		Сума	21,16954	-24,5938	23,77258	-24,4529	33,26282

Апроксимуючу залежність шукаємо у вигляді:

$$v = b_0 + b_1 u \quad (\text{Б.1})$$

Коефіцієнт  $b_0$ :

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \sum_{i=1}^n u_i^2 - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n u_i v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{-24,5938 \cdot 23,77258 - 21,16954 \cdot (-24,4529)}{20 \cdot 23,77258 - 21,16954^2} = -2,4507$$

Коефіцієнт  $b_1$ :

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n u_i v_i - \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n v_i}{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \frac{20 \cdot (-24,4529) - 21,16954 \cdot (-24,5938)}{20 \cdot 23,77258 - 21,16954^2} = 1,157$$

Вибірковий коефіцієнт кореляції:

$$r^* = b_1 \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n u_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n v_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n v_i \right)^2}} = 1,157 \sqrt{\frac{20 \cdot 23,77258 - 21,16954^2}{20 \cdot 33,26282 - (-24,5938)^2}} = 0,7778$$

Умова існування залежності:

$$|r^*| - \frac{1,96(1 - (r^*)^2)}{\sqrt{n}} = 0,7778 - \frac{1,96(1 - 0,7778^2)}{\sqrt{20}} = 0,6045 > 0$$

Умова виконується, отже з імовірністю 0,95 існує залежність виду:

$$\lg(\text{Sh}) = -2,4507 + 1,157 \lg(\text{Re}) \quad (\text{Б.2})$$

або

$$\text{Sh} = 10^{-2,4507} \text{Re}^{1,157} = 0,003515 \text{Re}^{1,157} \quad (\text{Б.3})$$

Аналогічно визначаються коефіцієнти для інших діапазонів зміни критерію Шмідта.

### Б.3 Узагальнення результатів експериментальних досліджень масообміну при регенерації мембранних модулів

Розрахункові величини, необхідні для визначення коефіцієнтів в критеріальному рівнянні наведені в таблиці Б.3

Таблиця Б.3 – Визначення коефіцієнтів критеріального рівняння

№	$Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33}$	Sh	$u_i = \lg(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$	$v_i = \lg(Sh)$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
1	493,7619	0,254835	2,693518	-0,59374	7,255037	-1,59925	0,352529
2	377,0667	0,086822	2,576418	-1,06137	6,63793	-2,73453	1,126504
3	376,3062	0,088843	2,575541	-1,05137	6,633413	-2,70786	1,105389
4	1075,486	0,073877	3,031605	-1,13149	9,190627	-3,43023	1,280267
5	974,5546	0,414922	2,988806	-0,38203	8,932962	-1,14182	0,145949
6	616,2074	0,094474	2,789727	-1,02469	7,782576	-2,8586	1,049983
7	578,9726	0,135574	2,762658	-0,86782	7,632279	-2,3975	0,753118
8	323,1582	0,082791	2,509415	-1,08202	6,297164	-2,71523	1,170758
9	326,5805	0,027969	2,51399	-1,55333	6,320147	-3,90506	2,412834
10	334,0663	0,028578	2,523833	-1,54397	6,369731	-3,89673	2,38385
11	339,9985	0,029528	2,531477	-1,52976	6,408376	-3,87256	2,340175
12	689,8315	0,274941	2,838743	-0,56076	8,058462	-1,59185	0,314452
13	787,0506	0,123504	2,896003	-0,90832	8,386831	-2,6305	0,825046
14	543,5296	0,045093	2,735223	-1,34589	7,481446	-3,6813	1,811411
15	783,5489	0,185628	2,894066	-0,73136	8,375619	-2,1166	0,534883
16	743,0677	0,059682	2,871028	-1,22416	8,242804	-3,51458	1,498556
17	543,3529	0,045703	2,735082	-1,34006	7,480674	-3,66517	1,795753
18	1022,892	0,080249	3,00983	-1,09556	9,059076	-3,29746	1,200256
19	396,2792	0,035403	2,598001	-1,45096	6,749611	-3,76959	2,105283
20	744,6365	0,061097	2,871944	-1,21398	8,248064	-3,48649	1,473752
21	529,5196	0,045761	2,723882	-1,3395	7,419534	-3,64865	1,794266
22	343,5652	0,094803	2,536009	-1,02318	6,431343	-2,59479	1,046892
23	1158,216	0,183352	3,06379	-0,73671	9,386807	-2,25714	0,542748
24	354,9608	0,099267	2,55018	-1,00319	6,50342	-2,55833	1,0064
25	194,4552	0,039398	2,28882	-1,40453	5,238695	-3,21471	1,972703
26	616,4822	0,213787	2,789921	-0,67002	7,783657	-1,8693	0,448925
27	199,575	0,040373	2,300106	-1,3939	5,290488	-3,20613	1,94297
28	195,5074	0,060084	2,291163	-1,22124	5,249429	-2,79806	1,491428
29	347,6193	0,066293	2,541104	-1,17853	6,457209	-2,99477	1,388936
30	200,1412	0,061926	2,301336	-1,20812	5,296149	-2,7803	1,459565
31	362,8922	0,10445	2,559778	-0,98109	6,552461	-2,51137	0,96254
32	200,2144	0,042467	2,301495	-1,37195	5,296881	-3,15753	1,882243
33	225,67	0,023787	2,353474	-1,62366	5,538839	-3,82124	2,63627
34	216,8098	0,023023	2,336079	-1,63784	5,457264	-3,82611	2,682507
35	215,0702	0,022863	2,33258	-1,64086	5,440931	-3,82744	2,69243
36	237,2619	0,025091	2,375228	-1,60048	5,641708	-3,80151	2,561549
37	131,6299	0,045764	2,119355	-1,33948	4,491664	-2,83883	1,794204
38	257,5588	0,027264	2,410876	-1,56441	5,812325	-3,77159	2,447368
39	142,9402	0,049245	2,155154	-1,30764	4,64469	-2,81816	1,709911
40	142,7691	0,049393	2,154634	-1,30634	4,642449	-2,81468	1,706513
41	146,9752	0,051474	2,167244	-1,28841	4,696947	-2,79231	1,660013
42	714,7981	0,067681	2,854183	-1,16953	8,146363	-3,33806	1,367804
43	88,24953	0,055518	1,945712	-1,25557	3,785797	-2,44297	1,576446

## Продовження таблиці Б.3

№	$Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33}$	Sh	$u_i = \lg(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$	$v_i = \lg(Sh)$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
44	98,87324	0,024601	1,995079	-1,60904	3,980339	-3,21017	2,589026
45	94,25439	0,023604	1,974302	-1,62702	3,897867	-3,21222	2,647189
46	92,72146	0,034907	1,96718	-1,45709	3,869798	-2,86635	2,123102
47	94,0841	0,035566	1,973516	-1,44897	3,894766	-2,85956	2,099502
48	250,9831	0,027761	2,399645	-1,55657	5,758294	-3,73522	2,422913
49	104,7608	0,026127	2,020199	-1,58291	4,081203	-3,1978	2,505613
50	106,1866	0,026542	2,02607	-1,57607	4,104959	-3,19323	2,484
51	95,0415	0,036615	1,977913	-1,43634	3,912141	-2,84096	2,063075
52	107,2867	0,027163	2,030546	-1,56602	4,123117	-3,17987	2,452415
53	205,0581	0,071941	2,311877	-1,14302	5,344775	-2,64253	1,3065
54	95,92655	0,025165	1,981939	-1,59921	3,928082	-3,16954	2,557473
55	442,2961	0,236493	2,645713	-0,62618	6,999798	-1,6567	0,392104
56	450,8153	0,145144	2,653999	-0,8382	7,043709	-2,22458	0,70258
57	372,6449	0,12386	2,571295	-0,90707	6,611559	-2,33235	0,822777
58	566,7875	0,29792	2,75342	-0,5259	7,581323	-1,44802	0,276571
59	251,4565	0,088861	2,400463	-1,05129	5,762222	-2,52358	1,105212
60	339,423	0,468383	2,530741	-0,3294	6,404651	-0,83362	0,108503
61	108,1279	0,029319	2,033938	-1,53285	4,136904	-3,11772	2,349624
62	37,68523	0,005927	1,576171	-2,22719	2,484316	-3,51043	4,960364
63	170,7396	0,065836	2,232334	-1,18154	4,983316	-2,63759	1,396031
64	37,63893	0,01189	1,575637	-1,92483	2,482633	-3,03283	3,704961
65	40,23867	0,012649	1,604644	-1,89794	2,574881	-3,04552	3,602188
66	44,11573	0,013839	1,644594	-1,8589	2,704688	-3,05713	3,455504
67	45,37649	0,035672	1,656831	-1,44768	2,745089	-2,39856	2,095769
68	142,2271	0,057979	2,152982	-1,23673	4,635333	-2,66266	1,529505
69	331,8691	0,121674	2,520967	-0,9148	6,355274	-2,30619	0,836865
70	93,08443	0,067805	1,968877	-1,16874	3,876477	-2,3011	1,365946
71	341,9785	0,41798	2,533999	-0,37884	6,42115	-0,95999	0,143523
72	343,5233	0,126144	2,535956	-0,89913	6,431074	-2,28016	0,808439
73	461,6581	0,925012	2,66432	-0,03385	7,098603	-0,09019	0,001146
74	346,6103	0,085102	2,539841	-1,07006	6,450794	-2,71778	1,145026
75	345,9661	0,128246	2,539034	-0,89196	6,446691	-2,26471	0,795589
76	8,207423	0,008542	0,914207	-2,06843	0,835774	-1,89097	4,278391
77	6,103811	0,020212	0,785601	-1,69439	0,617169	-1,33112	2,870965
78	345,5844	0,221705	2,538554	-0,65422	6,444257	-1,66078	0,428009
79	6,100004	0,005398	0,78533	-2,26776	0,616743	-1,78094	5,142721
80	6,100004	0,004049	0,78533	-2,3927	0,616743	-1,87906	5,724995
81	9,207161	0,003862	0,964126	-2,41321	0,929538	-2,32664	5,823594
82	11,34607	0,004656	1,054846	-2,33201	1,112699	-2,45991	5,438268
83	4,124026	0,00194	0,615321	-2,71222	0,37862	-1,66889	7,356141
84	981,5767	0,234985	2,991924	-0,62896	8,951611	-1,8818	0,395591
85	969,8074	0,697641	2,986685	-0,15637	8,92029	-0,46702	0,024451
86	477,393	0,37868	2,678876	-0,42173	7,176377	-1,12976	0,177854

## Продовження таблиці Б.3

№	$Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33}$	Sh	$u_i = \lg(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$	$v_i = \lg(Sh)$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
87	833,4421	0,715429	2,920875	-0,14543	8,531513	-0,42479	0,021151
88	1282,039	1,040537	3,107901	0,017258	9,659049	0,053635	0,000298
89	1120,132	0,397627	3,049269	-0,40052	9,298042	-1,22131	0,16042
90	490,7338	0,32523	2,690846	-0,48781	7,240652	-1,31262	0,237959
91	453,468	0,121501	2,656547	-0,91542	7,05724	-2,43185	0,837992
92	493,9916	0,327791	2,69372	-0,4844	7,256125	-1,30485	0,234647
93	745,8126	0,660933	2,87263	-0,17984	8,252002	-0,51662	0,032343
94	134,3878	0,064321	2,12836	-1,19165	4,529915	-2,53625	1,420019
95	1010,6	0,861426	3,004579	-0,06478	9,027498	-0,19464	0,004197
96	158,4632	0,173442	2,199928	-0,76085	4,839685	-1,67381	0,578887
97	135,7968	0,065042	2,13289	-1,18681	4,549218	-2,53133	1,408515
98	132,8112	0,042535	2,123235	-1,37125	4,508125	-2,91149	1,880334
99	315,9734	0,135039	2,499651	-0,86954	6,248253	-2,17355	0,756102
100	97,67361	0,049012	1,989777	-1,3097	3,959214	-2,60601	1,715306
101	94,76087	0,047846	1,976629	-1,32015	3,907062	-2,60945	1,742802
102	277,4123	0,565477	2,443126	-0,24759	5,968864	-0,60488	0,061298
103	388,3359	0,162438	2,589208	-0,78931	6,703996	-2,04369	0,623012
104	137,0329	0,043981	2,136825	-1,35674	4,56602	-2,89911	1,840741
105	132,5595	0,042736	2,122411	-1,36921	4,504628	-2,90602	1,874733
106	155,1196	0,04896	2,190667	-1,31016	4,799021	-2,87013	1,716527
107	15,40047	0,016596	1,187534	-1,77998	1,410237	-2,11379	3,168344
108	285,4709	0,248948	2,455562	-0,60389	6,029784	-1,48289	0,364685
109	287,1215	0,33359	2,458066	-0,47679	6,042087	-1,17197	0,227325
110	285,2904	0,623355	2,455287	-0,20526	6,028435	-0,50398	0,042133
111	141,4365	0,045296	2,150561	-1,34394	4,624915	-2,89022	1,80617
112	159,5866	0,050283	2,202996	-1,29858	4,853193	-2,86076	1,686302
113	161,1122	0,025349	2,207128	-1,59603	4,871416	-3,52265	2,547325
114	158,0629	0,074801	2,19883	-1,12609	4,834853	-2,47608	1,268079
115	285,1099	0,665956	2,455012	-0,17655	6,027086	-0,43344	0,031171
116	116,1878	0,09573	2,06516	-1,01895	4,264887	-2,1043	1,038266
117	138,3532	0,08907	2,140989	-1,05027	4,583835	-2,24861	1,103063
118	157,9629	0,099892	2,198555	-1,00047	4,833645	-2,19958	1,000936
119	1025,676	0,253014	3,01101	-0,59685	9,066183	-1,79714	0,356236
120	166,9169	0,078912	2,2225	-1,10286	4,939507	-2,4511	1,21629
121	145,5771	0,093673	2,163093	-1,02839	4,678971	-2,2245	1,057581
122	134,5132	0,066591	2,128765	-1,17659	4,53164	-2,50467	1,384352
123	135,909	0,067331	2,133248	-1,17179	4,550748	-2,49971	1,37308
124	143,1649	0,141459	2,155837	-0,84937	4,647632	-1,8311	0,721428
125	156,5673	0,178698	2,194701	-0,74788	4,816713	-1,64137	0,559326
126	200,8257	0,222584	2,302819	-0,65251	5,302976	-1,5026	0,425765
127	135,3061	0,113465	2,131318	-0,94514	4,542514	-2,01439	0,893288
128	223,9481	0,105494	2,350147	-0,97677	5,523193	-2,29556	0,954087
129	109,046	0,056607	2,03761	-1,24713	4,151854	-2,54116	1,555328

## Продовження таблиці Б.3

№	$Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33}$	Sh	$u_i = \lg(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$	$v_i = \lg(Sh)$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
130	107,5464	0,037368	2,031596	-1,4275	4,127382	-2,9001	2,037752
131	256,927	0,438414	2,40981	-0,35812	5,807183	-0,86299	0,128247
132	233,0012	0,329618	2,367358	-0,48199	5,604385	-1,14104	0,232314
133	228,2546	0,143911	2,35842	-0,84191	5,562143	-1,98557	0,708808
134	110,2692	0,115045	2,042454	-0,93913	4,171619	-1,91814	0,881971
135	110,2692	0,210916	2,042454	-0,67589	4,171619	-1,38047	0,456827
136	228,1094	0,180172	2,358143	-0,74431	5,560839	-1,75519	0,554
137	178,0756	1,512623	2,250604	0,179731	5,06522	0,404503	0,032303
138	839,9039	0,669096	2,92423	-0,17451	8,551119	-0,51031	0,030454
139	237,4586	0,299106	2,375588	-0,52418	5,643418	-1,24522	0,27476
140	167,626	0,802259	2,224341	-0,09569	4,947694	-0,21284	0,009156
141	186,1105	0,57662	2,269771	-0,23911	5,151859	-0,54273	0,057174
142	1230,927	0,935273	3,090232	-0,02906	9,549535	-0,08981	0,000845
143	304,1999	0,238636	2,483159	-0,62226	6,166079	-1,54518	0,387213
144	302,3793	0,475819	2,480552	-0,32256	6,153139	-0,80012	0,104044
145	313,5883	0,836559	2,49636	-0,0775	6,231813	-0,19348	0,006007
146	312,9878	0,49443	2,495527	-0,30589	6,227657	-0,76337	0,093572
147	318,2923	0,609781	2,502826	-0,21483	6,264139	-0,53767	0,04615
148	41,67864	0,017621	1,619913	-1,75397	2,62412	-2,84128	3,076405
149	58,08507	0,023532	1,764065	-1,62834	3,111924	-2,8725	2,651493
150	52,95166	0,021722	1,72388	-1,6631	2,971761	-2,86699	2,765911
151	58,04788	0,070709	1,763786	-1,15053	3,110942	-2,02929	1,323714
152	85,86368	0,03314	1,93381	-1,47964	3,739619	-2,86135	2,189343
153	40,83353	0,010913	1,611017	-1,96207	2,595375	-3,16092	3,849701
154	61,38454	0,037345	1,788059	-1,42777	3,197155	-2,55294	2,038532
155	59,07458	0,097165	1,771401	-1,01249	3,13786	-1,79352	1,025132
156	168,9853	0,061076	2,227849	-1,21413	4,96331	-2,70489	1,474107
157	168,6599	0,061368	2,227012	-1,21206	4,959582	-2,69926	1,469078
158	24,64036	0,011623	1,391647	-1,93467	1,936682	-2,69238	3,742961
159	165,6029	0,060535	2,219068	-1,21799	4,924262	-2,70281	1,483511
160	24,62453	0,075673	1,391368	-1,12106	1,935905	-1,55981	1,256772
161	23,48949	0,022352	1,370874	-1,65068	1,879294	-2,26287	2,72474
162	24,60871	0,087454	1,391089	-1,05822	1,935128	-1,47208	1,119831
163	278,6139	0,285449	2,445003	-0,54447	5,978038	-1,33123	0,296449
164	177,0974	0,064568	2,248212	-1,18998	5,054458	-2,67534	1,416064
165	26,86386	0,050534	1,429168	-1,29642	2,042522	-1,8528	1,680701
166	174,0218	0,063733	2,240604	-1,19563	5,020304	-2,67894	1,42954
167	149,614	0,084609	2,174972	-1,07258	4,730505	-2,33284	1,150433
168	39,72514	0,125658	1,599065	-0,90081	2,55701	-1,44045	0,811458
169	184,479	0,102075	2,265947	-0,99108	5,134515	-2,24574	0,982244
170	402,59	0,270799	2,604863	-0,56735	6,785311	-1,47788	0,32189
171	335,9606	0,173675	2,526288	-0,76026	6,382133	-1,92065	0,578001
172	432,3353	0,144011	2,635821	-0,8416	6,947551	-2,21832	0,708298



## Продовження таблиці Б.3

№	$Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33}$	Sh	$u_i = \lg(Re^{1,156} \cdot Sc^{0,33})$	$v_i = \lg(Sh)$	$u_i^2$	$u_i \cdot v_i$	$v_i^2$
173	379,657	0,128701	2,579391	-0,89042	6,65326	-2,29674	0,792846
174	381,2891	0,06459	2,581254	-1,18984	6,662874	-3,07127	1,415714
175	578,6919	0,279791	2,762447	-0,55317	7,631116	-1,52809	0,305993
176	568,3596	0,091821	2,754623	-1,03706	7,587949	-2,8567	1,075488
177	475,9353	0,237278	2,677548	-0,62474	7,169263	-1,67278	0,390303
178	452,5311	0,22715	2,655648	-0,64369	7,052469	-1,70941	0,414333
179	465,5851	0,31108	2,667999	-0,50713	7,118219	-1,35302	0,257179
180	504,2391	0,249978	2,702637	-0,6021	7,304244	-1,62725	0,362523
181	244,8654	0,134689	2,388927	-0,87067	5,706975	-2,07996	0,758062
182	372,5977	0,19366	2,57124	-0,71296	6,611276	-1,83319	0,508312
183	935,7975	0,429551	2,971182	-0,36698	8,827922	-1,09038	0,134678
184	808,1585	0,379193	2,907497	-0,42114	8,453536	-1,22446	0,177359
185	775,4071	0,244435	2,88953	-0,61184	8,349382	-1,76792	0,374345
186	632,6833	0,102497	2,801186	-0,98929	7,846645	-2,77118	0,978693
187	856,3073	0,39952	2,93263	-0,39846	8,600317	-1,16854	0,158772
188	261,2666	0,238973	2,417084	-0,62165	5,842295	-1,50258	0,38645
189	681,1342	0,218978	2,833233	-0,6596	8,027207	-1,8688	0,435073
190	262,6385	0,144345	2,419358	-0,8406	5,853295	-2,03371	0,706603
191	13,03029	0,032291	1,114954	-1,49091	1,243123	-1,6623	2,222825
192	270,185	0,098831	2,431661	-1,00511	5,912976	-2,44408	1,010242
193	181,0016	0,24566	2,257682	-0,60966	5,09713	-1,37643	0,371691
194	12,32416	0,015486	1,090757	-1,81007	1,189752	-1,97434	3,276344
195	12,99666	0,032499	1,113832	-1,48814	1,240621	-1,65753	2,214549
196	15,05668	0,01233	1,177729	-1,90905	1,387046	-2,24834	3,644463
197	751,4178	0,606361	2,875881	-0,21727	8,270694	-0,62484	0,047206
198	8,976597	0,023749	0,953112	-1,62435	0,908422	-1,54819	2,638527
199	675,4418	0,221658	2,829588	-0,65432	8,006568	-1,85145	0,428131
200	284,4165	0,41957	2,453955	-0,3772	6,021894	-0,92562	0,142277
201	98,11644	0,190023	1,991742	-0,72119	3,967035	-1,43643	0,520122
202	5,802226	0,032918	0,763595	-1,48257	0,583077	-1,13208	2,19802
203	68,39589	0,046458	1,83503	-1,33294	3,367335	-2,44599	1,776739
Сума			461,0008	-212,168	1102,142	-441,723	278,625

**Додаток В.**

**Програма розрахунку параметрів процесу регенерації за  
запропонованою математичною моделлю**

Результати розрахунку параметрів регенерації мембранного модуля за математичною моделлю

Опір мембрани	$R_m := 8.073 \cdot 10^{13}$
Питомий опір шару забруднень	$\alpha := 8.568 \times 10^{17}$
Початкова маса осаду	$M_0 := 0.12 \text{ кг}$
Перепад тиску	$\Delta p := 0.3 \cdot 10^6 \text{ МПа}$
Площа поверхні мембрани	$F := 0.4 \text{ м}^2$
Температура промивного розчину	$t := 45$
Об'єм промивного розчину	$V_1 := 15 \cdot 10^{-3}$
Залежність густини розчину від температури	

$$\rho(t) := 1000 - 0.0133t - 0.0051t^2 + 1 \cdot 10^{-5} \cdot t^3$$

Залежність коефіцієнта динамічної в'язкості від температури

$$\mu(t) := (1.787 - 0.05372t + 0.0008737t^2 - 0.000007013t^3 + 0.0000000213710t^4) \cdot 10^{-3}$$

Динамічна в'язкість розчину	$\mu_1 := \mu(t) = 5 \times 10^{-4}$
-----------------------------	--------------------------------------

Маса промивного розчину, що набирається	$m_p := 10 \text{ кг}$
---	------------------------

Час набирання промивного розчину	$\tau_1 := 634 \text{ с}$
----------------------------------	---------------------------

Густина осаду Початкова концентрація в промивному розчині	$C_0 := 0$
--	------------

Густина хлориду заліза	$\rho_{\text{FeCl}_3} := 2898$
------------------------	--------------------------------

Молярна маса хлориду заліза	$M_{\text{FeCl}_3} := 162.15$
-----------------------------	-------------------------------

Молярний об'єм	$V_c := \frac{162.2}{2.889} = 56.144$
----------------	---------------------------------------

Рівноважна концентрація  $\text{FeCl}_3$

$$c_p(t) := 0.0175t^2 + 0.05383t + 74.46$$

$$C_s := c_p(t) \cdot \frac{1000}{100} = 1.1232 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$$

Коефіцієнт дифузії

$$D := 5.06 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(t + 273)}{V_c \cdot (0.00125 \cdot 10^3)} = 2.2928 \times 10^{-10}$$

Еквівалентний діаметр  $d_e := 0.7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Довжина модуля  $L := 0.2 \text{ м}$

Площа поперечного перерізу каналу  $S := 3.675 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$

Густина розчину

$$\rho_r := \rho(t) = 989.9853$$

Витрати промивного розчину

$$V_p := \frac{m_p}{\tau_1 \cdot \rho_r} = 1.5932 \times 10^{-5}$$

Швидкість промивного розчину

$$w := \frac{V_p}{S} = 0.0434$$

Критерій Рейнольдса

$$Re := \frac{w \cdot d_e \cdot \rho_r}{\mu_1} = 60.0875$$

Критерій Шмідта

$$Sc := \frac{\mu_1}{\rho_r \cdot D} = 2.2028 \times 10^3$$

Критерій Шервуда

$$Sh := 0.394 Re^{0.84} \cdot Sc^{0.33} \cdot \left( \frac{d_e}{L} \right) = 0.4197$$

Коефіцієнт перенесення маси

$$\beta := \frac{Sh \cdot D}{d_e} = 1.3748 \times 10^{-7}$$

Початковий час

$$\tau_0 := 0$$

Кінцевий час

$$\tau_k := 176 \text{ с}$$

Кількість точок

$$n := 20 \quad i := 0..n$$

$$h := \frac{\tau_k - \tau_0}{n} = 8.83$$

Вузли по часу часу

$$\tau(i) := \tau_0 + i \cdot h$$

Розрахунок дифрівняння

Given

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = \beta \cdot \left[ C_s - \left[ C_0 + \frac{M_0}{V_1} \cdot \left( 1 - \frac{M_0 - M(\tau)}{M_0} \right) \right] \right] \cdot F$$

$$M(0) = 0$$

$$M := \text{Odesolve}(\tau, \tau_k)$$

$$M1(i) := M(\tau(i))$$

Зміна концентрації в промивному розчині

$$\tilde{N}1(i) := C_0 + \frac{M_0}{V_1} \cdot \left( 1 - \frac{M_0 - M1(i)}{M_0} \right)$$

Коефіцієнт регенерації

$$y(i) := \frac{\alpha \cdot \beta \cdot (C_s - \tilde{N}1(i)) \cdot \tau(i) \cdot F}{R_m \cdot \rho_{\text{FeCl}_3} F + \alpha \cdot [M_0 - \beta \cdot (C_s - \tilde{N}1(i)) \cdot \tau(i) \cdot F]}$$

**Додаток Г.**  
**Результати експериментальних досліджень**  
**ефективності процесу регенерації**

## Г.1 Результати експериментальних досліджень ефективності регенерації з використанням в якості тестового розчину водопровідної води

Результати експериментальних досліджень наведені в таблиці Г.1

**Таблиця Г.1 – Результати експериментальних досліджень регенерації мембранного модуля Microfilter TFC TW30-1812-50**

№	Робочий тиск,р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концент-рація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концент-рація, $C_r$ мг/л
Чиста мембрана								
1	0,2	209	34,06	50	19	12,31	200	224
2	0,2	212	33,4	50	8	12,63	200	228
3	0,2	211	34,81	50	8	12,18	200	229
4	0,2	209	33,87	50	7	12,59	200	228
5	0,2	212	34,22	50	8	13,09	200	230
6	0,3	212	25,5	50	6	14,12	200	238
7	0,3	212	24	50	6	13,4	200	237
8	0,3	211	26,27	50	6	13,41	200	237
9	0,3	211	25,88	50	6	13,75	200	240
10	0,3	213	22,31	50	5	13,62	200	240
11	0,4	212	16,62	50	6	16,69	200	254
12	0,4	210	17,13	50	5	17	200	255
13	0,4	210	14,34	50	5	16,69	200	255
14	0,4	212	17,95	50	5	17,65	200	255
15	0,4	213	16,55	50	6	17,31	200	255
16	0,5	212	13,28	50	6	14,04	100	292
17	0,5	212	14,03	50	6	13,4	100	297
18	0,5	212	14,44	50	5	14,72	100	298
19	0,5	215	14,53	50	6	14,78	100	302
20	0,5	216	14,85	50	6	14,9	100	300
21	0,6	213	13,91	50	8	28,22	50	406
22	0,6	216	14,18	50	9	27,96	50	471
23	0,6	219	15,62	50	9	30,34	50	573
24	0,6	214	16,97	50	9	21,03	50	592
25	0,6	215	13,84	50	9	27,5	50	606

## Продовження таблиці Г.1

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концент-рація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концент-рація, $C_r$ мг/л
Мембрана після забруднення								
1	0,2	247	46,78	50	11	14,97	200	316
2	0,2	246	47,93	50	9	15,06	200	273
3	0,2	247	43,28	50	8	15,41	200	265
4	0,2	248	45,85	50	7	14,97	200	262
5	0,2	247	46,5	50	7	15,16	200	261
6	0,3	243	29,66	50	6	16,12	200	271
7	0,3	245	34,59	50	6	15,31	200	269
8	0,3	245	33,66	50	6	16,1	200	269
9	0,3	244	32	50	6	16,75	200	266
10	0,3	243	35,09	50	5	16	200	273
11	0,4	246	25,09	50	6	19,69	200	290
12	0,4	246	24,59	50	5	20,4	200	294
13	0,4	246	35,5	50	5	20,94	200	293
14	0,4	245	25,22	50	5	20,16	200	296
15	0,4	247	26,06	50	5	20,75	200	296
16	0,5	246	20,32	50	7	16,97	100	327
17	0,5	247	21,4	50	6	18,15	100	334
18	0,5	246	21,09	50	6	17,22	100	344
19	0,5	246	18,34	50	6	16,63	100	345
20	0,5	250	20,25	50	6	16,9	100	346
21	0,6	249	18,12	50	8	37,69	50	452
22	0,6	251	17,37	50	10	33,46	50	624
23	0,6	250	19,75	50	9	39,07	50	660
24	0,6	249	17,91	50	10	35,03	50	660
25	0,6	248	20,44	50	9	37,78	50	677
Мембрана після першого циклу промивання								
1	0,2	272	41,12	50	7	17,13	200	256
2	0,2	234	42,75	50	6	16,47	200	257
3	0,2	234	44,03	50	6	15,68	200	258
4	0,2	232	42,53	50	6	16,28	200	257
5	0,2	234	43	50	7	15,97	200	256
6	0,3	228	30,35	50	6	16,56	200	267
7	0,3	231	31,4	50	5	17,28	200	268
8	0,3	232	31,63	50	4	17,72	200	268
9	0,3	230	29,53	50	6	17,56	200	270



## Продовження таблиці Г.1

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концентрація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концентрація, $C_r$ мг/л
Мембрана після першої стадії промивання								
10	0,3	232	30	50	5	16,5	200	270
11	0,4	228	21,9	50	6	22,66	200	300
12	0,4	232	20,93	50	6	22,59	200	302
13	0,4	233	21,19	50	6	21,75	200	302
14	0,4	235	20,84	50	4	22,87	200	302
15	0,4	230	22,43	50	5	22,65	200	302
16	0,5	232	16,97	50	7	22,47	100	359
17	0,5	232	16,72	50	8	22,53	100	380
18	0,5	233	17,12	50	6	31,28	100	380
19	0,5	230	16,72	50	6	22,44	100	377
20	0,5	231	18,06	50	6	24,03	100	382
Мембрана після другої стадії промивання								
1	0,2	200	35,72	50	10	16,44	200	220
2	0,2	209	35,53	50	6	14,63	200	232
3	0,2	214	36,5	50	5	15,59	200	236
4	0,2	215	39,44	50	6	15,9	200	236
5	0,2	219	38,25	50	5	15,07	200	236
6	0,3	215	29,69	50	5	16,63	200	247
7	0,3	217	28,25	50	5	17,15	200	247
8	0,3	218	28,38	50	6	16,72	200	250
9	0,3	218	29,19	50	6	17	200	248
10	0,3	215	27,5	50	5	16,31	200	248
11	0,4	214	18,66	50	5	21,16	200	267
12	0,4	213	20,44	50	5	21,4	200	269
13	0,4	212	19,56	50	5	22,09	200	267
14	0,4	214	18,62	50	5	20,87	200	267
15	0,4	215	19,41	50	6	21,06	200	269
16	0,5	216	17,72	50	6	20,03	100	311
17	0,5	216	16,88	50	6	20,34	100	320
18	0,5	229	15,22	50	8	26,86	100	312
19	0,5	216	16,85	50	7	20,03	100	315
20	0,5	213	16,66	50	6	22,31	100	315

## Продовження таблиці Г.1

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концент-рація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концент-рація, $C_r$ мг/л
Мембрана після третьої стадії промивання								
1	0,2	225	34,18	50	8	17,53	200	236
2	0,2	212	37,19	50	6	16,41	200	238
3	0,2	217	33,31	50	6	16,16	200	240
4	0,2	217	35,69	50	6	16,37	200	240
5	0,2	219	36,81	50	6	16,59	200	239
6	0,3	218	23,43	50	6	17,72	200	252
7	0,3	217	23,63	50	5	17,62	200	252
8	0,3	217	25,97	50	5	18,37	200	252
9	0,3	215	26,65	50	5	17,56	200	252
10	0,3	217	25,35	50	5	17,38	200	254
11	0,4	219	19,28	50	6	23,85	200	279
12	0,4	219	17,97	50	5	21,9	200	277
13	0,4	217	18,13	50	5	22,93	200	276
14	0,4	219	16,19	50	5	25,38	200	278
15	0,4	217	17,85	50	5	24,82	200	278
16	0,5	215	14,94	50	6	21,78	100	316
17	0,5	217	15,75	50	7	22,84	100	342
18	0,5	217	13,78	50	6	22,78	100	341
19	0,5	215	15,87	50	6	21,81	100	342
20	0,5	213	15,97	50	7	24,5	100	345

## Г.2 Результати експериментальних досліджень ефективності регенерації з використанням в якості тестового розчину знесолею води

Результати експериментальних досліджень наведені в таблиці Г.2

**Таблиця Г.2 – Результати експериментальних досліджень регенерації мембранного модуля USTM M-1261-75G**

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концент-рація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концент-рація, $C_r$ мг/л
Чиста мембрана								
1	0,2	7	120,53	126	3	120,53	1375	10
2	0,2	7	120,37	132	1	120,37	1380	8
3	0,2	7	120,13	134	1	120,13	1360	7
4	0,2	10	120,19	133	1	120,19	1380	11
5	0,2	10	120,21	134	1	120,21	1395	12
6	0,3	10	120,63	202	0	120,63	1210	13
7	0,3	8	120,66	204	0	120,66	1260	10
8	0,3	8	120,53	202	0	120,53	1230	10
9	0,3	8	120,59	200	0	120,59	1230	10
10	0,3	8	120,16	201	0	120,16	1230	10
11	0,4	6	120,38	279	1	120,38	905	11
12	0,4	6	120,16	273	0	120,16	950	12
13	0,4	6	120,12	272	0	120,12	925	11
14	0,4	6	120,59	275	0	120,59	925	11
15	0,4	6	120,57	275	0	120,57	945	11
16	0,5	8	120,56	327	0	120,56	515	13
17	0,5	8	120,53	333	0	120,53	525	13
18	0,5	8	120,44	333	0	120,44	505	13
19	0,5	8	120,31	325	0	120,31	515	13
20	0,5	8	121,56	335	0	121,56	535	13
Мембрана після забруднення								
1	0,2	8	120,28	60	18	120,28	840	13
2	0,2	8	120,62	61	12	120,62	860	13
3	0,2	7	190	57	12	190	780	10
4	0,2	7	120,5	63	11	120,5	845	9
5	0,2	7	120,54	69	8	120,54	825	9
6	0,3	7	120,05	95	5	120,05	750	9
7	0,3	7	120,41	96	4	120,41	755	8
8	0,3	7	120,69	97	3	120,69	740	9
9	0,3	14	120,4	94	3	120,4	760	16
10	0,3	14	120,66	97	3	120,66	765	14
11	0,4	14	120,46	126	2	120,46	495	19
12	0,4	14	120,63	125	2	120,63	505	19

## Продовження таблиці Г.2

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концентрація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концентрація, $C_r$ мг/л
Мембрана після забруднення								
13	0,4	14	120,35	127	2	120,35	505	19
14	0,4	14	120,37	124	2	120,37	530	17
15	0,4	14	120,34	125	2	120,34	545	16
16	0,5	8	120,35	153	2	120,35	395	13
17	0,5	8	120,4	156	1	120,4	305	12
18	0,5	8	120,41	155	1	120,41	465	11
19	0,5	8	120,34	158	1	120,34	490	11
20	0,5	8	120,47	157	1	120,47	490	11
Мембрана після першої стадії промивання								
1	0,2	11	120,53	69	2	120,53	850	16
2	0,2	11	120,53	77	2	120,53	1185	14
3	0,2	11	120,87	74	5	120,87	1170	12
4	0,2	11	120,96	74	3	120,96	1180	13
5	0,2	11	120,5	77	3	120,5	1175	12
6	0,3	11	120,22	116	2	120,22	1050	13
7	0,3	11	119,78	115	2	119,78	1060	13
8	0,3	15	120,46	118	3	120,46	1030	17
9	0,3	15	120,4	116	3	120,4	1040	18
10	0,3	15	120,59	115	2	120,59	1050	17
11	0,4	15	120,5	156	2	120,5	815	19
12	0,4	15	120,69	155	2	120,69	805	19
13	0,4	15	120,53	160	2	120,53	800	18
14	0,4	15	120,81	160	2	120,81	805	18
15	0,4	15	120,47	150	2	120,47	830	18
16	0,5	15	120,72	193	2	120,72	485	21
17	0,5	15	120,47	193	2	120,47	485	21
18	0,5	15	120,47	192	2	120,47	500	21
19	0,5	15	120,53	196	2	120,53	480	21
20	0,5	15	120,72	196	2	120,72	475	21
Мембрана після другої стадії промивання								
1	0,2	15	120,44	88	6	120,44	1200	17
2	0,2	15	120,31	90	2	120,31	1185	17
3	0,2	15	120,53	92	3	120,53	1200	17
4	0,2	15	120,25	95	3	120,25	1185	17
5	0,2	12	120,1	95	2	120,1	1200	15

## Продовження таблиці Г.2

№	Робочий тиск, р, МПа	Вміст солі у вхідній воді, $C_f$ мг/л	Пермеат			Ретентат		
			час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_p$ , мл	Концентрація, $C_p$ мг/л	час заповнення $\tau$ , с	Об'єм, $V_r$ , мл	Концентрація, $C_r$ мг/л
6	0,3	12	120,6	144	2	120,6	1055	15
7	0,3	12	120,53	146	1	120,53	1055	16
8	0,3	12	120,19	145	1	120,19	1065	15
9	0,3	12	120,49	145	1	120,49	1030	15
10	0,3	15	120,19	149	2	120,19	1070	17
11	0,4	15	120,31	202	1	120,31	820	19
12	0,4	15	120,5	202	1	120,5	830	18
13	0,4	15	120,06	203	1	120,06	815	19
14	0,4	15	120,35	203	1	120,35	535	18
15	0,4	15	120,22	202	1	120,22	835	19
16	0,5	13	120,5	257	1	120,5	475	21
17	0,5	13	120,31	253	1	120,31	480	20
18	0,5	13	120,47	251	1	120,47	500	20
19	0,5	13	120,15	257	1	120,15	475	20
20	0,5	13	120,57	254	1	120,57	495	20
Мембрана після третьої стадії промивання								
1	0,2	11	120,34	120	1	120,34	1350	13
2	0,2	11	120,28	124	1	120,28	1360	12
3	0,2	11	120,5	123	1	120,5	1385	13
4	0,2	11	120,37	124	1	120,37	1380	12
5	0,2	11	120,62	125	1	120,62	1365	12
6	0,3	11	120,57	185	0	120,57	1220	12
7	0,3	11	120,78	186	1	120,78	1250	12
8	0,3	14	120,28	186	0	120,28	1230	15
9	0,3	14	120,43	188	0	120,43	1230	16
10	0,3	14	120,19	183	0	120,19	1230	15
11	0,4	14	120,69	247	0	120,69	1000	17
12	0,4	13	120,34	242	0	120,34	995	16
13	0,4	13	120,34	246	0	120,34	995	16
14	0,4	13	120,37	245	0	120,37	995	16
15	0,4	13	120,38	245	0	120,38	1010	16
16	0,5	11	120	303	0	120	645	17
17	0,5	11	120,53	310	0	120,53	625	17
18	0,5	11	120,43	307	0	120,43	640	16
19	0,5	11	120,43	307	0	120,43	650	16
20	0,5	11	120,26	315	0	120,26	675	16

### **Додаток Д.**

#### **Перевірка адекватності математичної моделі**

## Д.1 Перевірка однорідності дисперсій та визначення критерію Фішера

Перевірка однорідності дисперсій за критерієм Кохрена. Для цього визначалося відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{j=1}^4 s_j^2} = \frac{0,00082}{9,012 \cdot 10^{-5} + 0,00034 + 0,00082 + 0,000221} = 0,5575$$

Для умов проведення експерименту табличне значення критерію Кохрена становить  $G_{1-p}(m-1, N) = G_{1-p}(2, 4) = 0,7679$  [176].

Оскільки розрахункове значення критерію Кохрена менше за табличне ( $0,4239 < 0,7679$ ), в якості оцінки для дисперсії відтворюваності можна взяти середню дисперсію:

$$s_b^2 = \frac{\sum_{j=1}^N s_j^2}{N} = \frac{9,012 \cdot 10^{-5} + 0,00034 + 0,00082 + 0,0002213}{4} = 0,0003679$$

Дисперсія адекватності становила:

$$s_a^2 = \frac{m \sum_{j=1}^N (\bar{\psi}_j - \hat{\psi}_j)^2}{N - l} = \frac{3 \cdot ((0,0702 - 0,06936)^2 + (0,133 - 0,1335)^2 + (0,1974 - 0,168)^2 + (0,2655 - 0,258)^2)}{4 - 2} = 0,00136.$$

де  $l$  – число значимих коефіцієнтів в регресійному рівнянні,  $l = 2$ .

Дисперсійне відношення становить:

$$F = \frac{s_a^2}{s_b^2} = \frac{0,00136}{0,0003679} = 3,699$$

Отримане значення критерії Фішера використовувалося для перевірки адекватності математичної моделі.

### **Додаток Е.**

#### **Обробка результатів досліджень за методом планування експерименту**



### Е.1 Визначення коефіцієнтів регресії для режиму промивання при температурній кавітації і постійному тиску

В кожній стрічці матриці планування визначалося середнє значення коефіцієнта регенерації за трьома паралельними дослідями:

$$\bar{\psi}_1 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{1i}}{m} = \frac{8,4 + 10,4 + 5,8}{3} = 8,2,$$

$$\bar{\psi}_2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{2i}}{m} = \frac{4,8 + 1,4 + 4,2}{3} = 3,467,$$

$$\bar{\psi}_3 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{3i}}{m} = \frac{5,2 + 5,4 + 7,2}{3} = 5,93,$$

$$\bar{\psi}_4 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{4i}}{m} = \frac{7 + 7,9 + 4,7}{3} = 6,53.$$

Після цього розраховувалася дисперсія:

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{1i} - \bar{\psi}_1)^2}{m-1} = \frac{(8,4 - 8,2)^2 + (10,4 - 8,2)^2 + (5,8 - 8,2)^2}{3-1} = 5,32,$$

$$s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{2i} - \bar{\psi}_2)^2}{m-1} = \frac{(4,8 - 3,467)^2 + (1,4 - 3,467)^2 + (4,2 - 3,467)^2}{3-1} = 3,29,$$

$$s_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{3i} - \bar{\psi}_3)^2}{m-1} = \frac{(5,2 - 5,93)^2 + (5,4 - 5,93)^2 + (7,2 - 5,93)^2}{3-1} = 1,21,$$

$$s_4^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{4i} - \bar{\psi}_4)^2}{m-1} = \frac{(7 - 6,53)^2 + (7,9 - 6,53)^2 + (4,7 - 6,53)^2}{3-1} = 2,723.$$

Перевіряється однорідність вибірових дисперсій за критерієм Кохрена. Для цього складалося відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{j=1}^4 s_j^2} = \frac{5,32}{5,32 + 3,293 + 1,213 + 2,723} = 0,4239$$

Для умов проведення експерименту табличне значення критерію Кохрена становить  $G_{1-p}(m-1, N) = G_{1-p}(2, 4) = 0,7679$  [176]. Оскільки розрахункове значення критерію Кохрена менше за табличне ( $0,4239 < 0,7679$ ), в якості оцінки для дисперсії відтворюваності можна взяти середню дисперсію:

$$s_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^N s_j^2}{N} = \frac{5,32 + 3,293 + 1,21 + 2,723}{4} = 3,138$$

Коефіцієнти рівняння регресії розраховувалися за формулами:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{0j} \bar{\Psi}_j}{N} = \frac{1,8,2 + 1,3,467 + 1,5,53 + 1,6,53}{4} = 6,033,$$

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{1j} \bar{\Psi}_j}{N} = \frac{1,8,2 - 1,3,467 - 1,5,53 + 1,6,53}{4} = 1,333,$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{2j} \bar{\Psi}_j}{N} = \frac{1,8,2 - 1,3,467 + 1,5,53 - 1,6,53}{4} = 1,033,$$

$$b_3 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{3j} \bar{\Psi}_j}{N} = \frac{1,8,2 + 1,3,467 - 1,5,53 - 1,6,53}{4} = -0,2$$

Дисперсія коефіцієнтів становить:

$$s_{b_k} = \sqrt{\frac{s_B^2}{mN}} = \sqrt{\frac{3,138}{3 \cdot 4}} = 0,5113$$

Коефіцієнти Стюдента для коефіцієнтів становить:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{s_{b_k}} = \frac{6,033}{0,5113} = 11,8,$$

$$t_1 = \frac{|b_1|}{s_{b_k}} = \frac{1,333}{0,5113} = 2,61,$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{s_{b_k}} = \frac{1,033}{0,5113} = 2,021,$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{s_{b_k}} = \frac{0,2}{0,5113} = 0,391.$$

Табличне значення коефіцієнта Стюдента для ступеня достовірності 0,9 і умов проведення експериментів становить  $t_{1-p} = f(N(m-1)) = f(4(3-1)) = f(8) = 1,86$  [176]. Оскільки  $t_3 < t_{1-p}$ , то коефіцієнт  $b_3$  є не значимим і відсіюється з рівняння регресії. Решта коефіцієнтів є значимими оскільки значення коефіцієнта Стюдента перевищує табличне. Тоді рівняння регресії набуває вигляду:

$$\psi = 6,033 + 1,333 \cdot z_1 + 1,033 \cdot z_2. \quad (4.3)$$

В рівнянні (4.3) безрозмірні величини  $z_1$  та  $z_2$  визначаються за формулами:

$$z_1 = \frac{p - 0,175 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}}{0,125 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}}. \quad (4.4)$$

$$z_2 = \frac{c - 0,3 \text{ мг/дм}^3}{0,2 \text{ мг/дм}^3}. \quad (4.5)$$

Адекватність регресійного рівняння перевірялася за критерієм Фішера. Дисперсія адекватності становила:

$$s_a^2 = \frac{m \sum_{j=1}^N (\bar{\psi}_i - \hat{\psi}_i)^2}{N - l} = \frac{3 \cdot ((7,367 - 8,2)^2 + (4,7 - 3,467)^2 + (4,7 - 5,93)^2 + (7,367 - 6,533)^2)}{4 - 3} = 13,29.$$

де  $l$  – число значимих коефіцієнтів в регресійному рівнянні,  $l = 3$ .

Дисперсійне відношення становить:

$$F = \frac{s_a^2}{s_b^2} = \frac{13,29}{3,138} = 4,237$$

Для умов проведення експерименту табличне значення критерію Фішера становить  $F_{1-p} = f(N-l, N(m-1)) = f(4-3, 4(3-1)) = f(1,8) = 5,3$ . Оскільки розраховане значення дисперсійного відношення менше табличного, отримане регресійне рівняння адекватне експерименту.

### Е.1 Визначення коефіцієнтів регресії при пульсації тиску

У цьому випадку середнє значення коефіцієнта регенерації за трьома паралельними дослідями становило:

$$\bar{\psi}_1 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{1i}}{m} = \frac{11,33 + 10,77 + 7,092}{3} = 9,73,$$

$$\bar{\psi}_2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{2i}}{m} = \frac{6,001 + 1,016 + 1,58}{3} = 2,866,$$

$$\bar{\psi}_3 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{3i}}{m} = \frac{15,23 + 20,13 + 7,096}{3} = 14,15,$$

$$\bar{\psi}_4 = \frac{\sum_{i=1}^3 \psi_{4i}}{m} = \frac{11,72 + 8,483 + 13,76}{3} = 11,33.$$

Після цього розраховувалася дисперсія:

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{1i} - \bar{\psi}_1)^2}{m-1} = \frac{(11,33 - 9,73)^2 + (10,77 - 9,73)^2 + (7,092 - 9,73)^2}{3-1} = 5,299,$$

$$s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{2i} - \bar{\psi}_2)^2}{m-1} = \frac{(6,001 - 2,866)^2 + (1,016 - 2,866)^2 + (1,58 - 2,866)^2}{3-1} = 7,452,$$

$$s_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{3i} - \bar{\psi}_3)^2}{m-1} = \frac{(15,23 - 14,15)^2 + (20,13 - 14,15)^2 + (7,096 - 14,15)^2}{3-1} = 43,34,$$

$$s_4^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\psi_{4i} - \bar{\psi}_4)^2}{m-1} = \frac{(11,72 - 11,33)^2 + (8,483 - 11,33)^2 + (13,775 - 11,33)^2}{3-1} = 7,118.$$

Перевіряється однорідність вибірових дисперсій за критерієм Кохрена. Для цього складалося відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{j=1}^4 s_j^2} = \frac{43,34}{5,299 + 7,452 + 43,34 + 7,118} = 0,6857$$

Умови проведення експерименту в даному випадку аналогічні попередньому, отже табличне значення критерію Кохрена має таке ж значення (0,7679) і є меншим за розрахункове, отже в якості дисперсії відтворюваності також можна взяти середню дисперсію:

$$s_b^2 = \frac{\sum_{j=1}^N s_j^2}{N} = \frac{5,299 + 7,452 + 43,34 + 7,118}{4} = 15,8$$

Коефіцієнти в рівнянні регресії становили:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{0j} \bar{\psi}_j}{N} = \frac{1,9,73 + 1,2,865 + 1,14,15 + 1,11,33}{4} = 9,519$$

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{1j} \bar{\psi}_j}{N} = \frac{1,9,73 - 1,2 - 1,15,23 + 1,11,72}{4} = 1,001$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{2j} \bar{\psi}_j}{N} = \frac{1,9,73 - 1,2 + 1,15,23 - 1,11,72}{4} = 2,423$$

$$b_3 = \frac{\sum_{j=1}^N z_{3j} \bar{\psi}_j}{N} = \frac{1,9,73 + 1,2 - 1,15,23 - 1,11,72}{4} = -3,2205$$

Дисперсія коефіцієнтів становить:

$$s_{b_k} = \sqrt{\frac{s_B^2}{mN}} = \sqrt{\frac{15,8}{3 \cdot 4}} = 1,148$$

Коефіцієнти Стюдента для коефіцієнтів становить:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{s_{b_k}} = \frac{9,519}{1,148} = 8,295,$$

$$t_1 = \frac{|b_1|}{s_{b_k}} = \frac{1,001}{1,148} = 0,8798,$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{s_{b_k}} = \frac{2,423}{1,148} = 2,111,$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{s_{b_k}} = \frac{3,221}{1,148} = 2,806.$$

Табличне значення коефіцієнта Стюдента для ступеня достовірності 0,9 і умов проведення експериментів становить  $t_{1-p} = f(N(m-1)) = f(4(3-1)) = f(8) = 1,86$  [176]. Оскільки  $t_1 < t_{1-p}$ , то коефіцієнт  $b_1$  є не значимим і відсіюється з рівняння регресії. Решта коефіцієнтів є значимими оскільки значення коефіцієнта Стюдента перевищує табличне. Тоді рівняння регресії набуває вигляду:

$$\bar{\psi} = 9,519 + 2,423 \cdot z_2 - 3,221 \cdot z_3. \quad (4.6)$$

В рівнянні (4.6) безрозмірні величини  $z_1$  та  $z_3$  визначаються за формулами:

$$z_2 = \frac{t - 35^\circ\text{C}}{5^\circ\text{C}}. \quad (4.7)$$

$$z_3 = \frac{c - 0,75 \text{ мг/дм}^3}{0,25 \text{ мг/дм}^3}. \quad (4.8)$$

Адекватність регресійного рівняння перевірялася за критерієм Фішера. Дисперсія адекватності становила:

$$s_a^2 = \frac{m \sum_{j=1}^N (\bar{\psi}_i - \hat{\psi}_i)^2}{N - l} =$$

$$= \frac{3 \cdot ((9,73 - 6,298)^2 + (2,865 - 6,298)^2 + (14,15 - 12,74)^2 + (11,33 - 12,74)^2)}{4 - 3} = 82,66.$$

де  $l$  – число значимих коефіцієнтів в регресійному рівнянні,  $l = 3$ .

Дисперсійне відношення становить:

$$F = \frac{s_a^2}{s_b^2} = \frac{82,66}{15,8} = 5,23$$

Для умов проведення експерименту табличне значення критерію Фішера становить  $F_{1-p} = f(N - l, N(m - 1)) = f(4 - 3, 4(3 - 1)) = f(1, 8) = 5,3$ . Оскільки розраховане значення дисперсійного відношення менше табличного, отримане регресійне рівняння адекватне експерименту.